ФГОС

УМК

NEW

Т. П. Быкова

Нестандартные задачи по математике

Ко всем действующим учебникам

- Развитие логического мышления
- Творческий подход к математике
- Осознанность принятия решения
- Умение анализировать и составлять собственный алгоритм действий

3 класс

ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

Т. П. Быкова

Нестандартные задачи по математике

Ко всем действующим учебникам

3 класс

Издание пятое,
переработанное и дополненное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2019

УДК 373:51
ББК 22.1я71
Б95

Быкова Т. П.

Б95 Нестандартные задачи по математике : 3 класс. ФГОС / Т. П. Быкова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2019. — 142, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-13881-5

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения) для начальной школы.

Пособие ориентировано на учебники математики для начальной школы, написанные в рамках традиционной системы обучения, но может с успехом использоваться и при обучении по вариативным программам.

Материал пособия разбит по темам. Это позволит учителю легко подобрать нестандартные развивающие задания к каждому уроку.

Задания, представленные в пособии, эффективны для развития логического мышления, внимания, математической интуиции, культуры мышления, речи.

Они направлены на формирование умения грамотно и аргументированно обосновывать свои действия, последовательно и доказательно излагать свои мысли, выдвигать и проверять различные гипотезы.

Данные задания способствуют расширению кругозора детей, поднятию их общего культурного уровня.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:51
ББК 22.1я71

Подписано в печать 24.10.2018. Формат 70x100/16.
Гарнитура «Букварная». Бумага офсетная.
Уч.-изд. л. 5,51. Усл. печ. л. 11,7. Тираж 5000 экз. Заказ №8670/18

ISBN 978-5-377-13881-5

Содержание

Предисловие 5

ЗАДАНИЯ

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 100

Сложение и вычитание 6

Решение уравнений 7

Обозначение геометрических фигур буквами 9

Повторение и закрепление 11

Умножение и деление на 4 15

Порядок выполнения действий 19

Повторение и закрепление 21

В ... больше. В ... меньше 24

Табличное умножение и деление на 5 26

Табличное умножение и деление на 6 28

Табличное умножение и деление на 7, 8, 9 30

Доли 32

Круг. Окружность 33

Квадратный дециметр и квадратный метр 34

Случаи умножения и деления с 0 и 1 36

Единицы времени 38

Внетабличное умножение и деление 40

Умножение суммы на число 41

Деление суммы на число 43

Проверка деления умножением, нахождение частного способом подбора 44

Деление с остатком 46

Проверка деления с остатком 48

Повторение и закрепление 49

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

Нумерация 54
Умножение и деление на 10, 100 56
Сравнение трёхзначных чисел 58
Римская нумерация 60
Единицы массы 62

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000
СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Приёмы устных вычислений 63
Приёмы письменных вычислений 65
Виды треугольников 66
Повторение и закрепление 67

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000
УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Приёмы устных вычислений 68
Приёмы письменных вычислений 70
Повторение и обобщение 72
РЕКОМЕНДАЦИИ И ОТВЕТЫ 74

Предисловие

Зачем нам нужно учить математику? Наверное, этим вопросом задавались многие школьники, не собирающиеся связывать свою дальнейшую жизнь с этой наукой. Действительно, специфика математических знаний такова, что в обыденной, повседневной жизни достаточно трудно найти им практическое приложение. Даже такая, казалось бы, практически значимая вещь, как вычислительные навыки, теряет свою актуальность, так как современному человеку вполне доступны удобные вычислительные приборы калькуляторы. И тем не менее математика была и остаётся одной из ведущих отраслей научного знания, одним из главных школьных предметов.

Предлагаемое пособие призвано помочь учителю решать эти задачи математического образования, начиная уже с 1-го класса. В пособии представлены развивающие задачи, призванные формировать умение думать, рассуждать, искать решение, обоснованно излагать свои мысли, аргументировать свои действия. Задачи разбиты по темам. Большинство из них может помочь не только в реализации развивающих и воспитательных целей урока, но и в решении образовательных задач, стоящих перед учителем непосредственно при изучении той или иной темы. Кроме того, многие задания носят пропедевтический характер и помогут успешно и эффективно подготовить учащихся к изучению дальнейших тем курса.

Пособие ориентировано на традиционную систему обучения. Однако может быть использовано и при обучении в рамках альтернативных концепций.

Т. Быкова

ЗАДАНИЯ

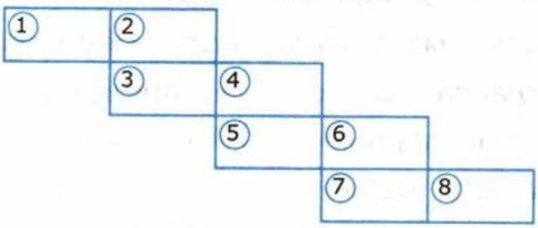
ЧИСЛА ОТ 1 ДО 100

Сложение и вычитание

1 Вставь в «окошко» пропущенную цифру. Сделай проверку.

а) $\begin{array}{r} + \; 43 \\ 1\square \\ \hline \square 2 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} + \; \square 5 \\ 2\square \\ \hline 61 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} - \; 76 \\ \square 8 \\ \hline 2\square \end{array}$ г) $\begin{array}{r} - \; 8\square \\ \square 9 \\ \hline 52 \end{array}$

2 Разгадай чайнворд «Двузначные числа».



1) Самое маленькое двузначное число, делящееся и на 2, и на 3.

2) Самое большое число меньше 30, делящееся на 3.

3) Самое маленькое из чисел больше 70.

4) Произведение 3 и числа, большего 5.

5) Число, записанное с помощью одинаковых цифр.

6) Число, вторая цифра которого получается при делении первой цифры на 2.

7) Число, вторая цифра которого делится и на 2, и на 3.

Решение уравнений

1 Разбей приведённые уравнения на три группы по количеству решений. Найди решение каждого уравнения и сделай проверку.

а) $x + 38 = 62$
б) $x - 15 = x$
в) $47 - x = 29$
г) $a - a = 0$
д) $x + 34 = x + 18$
е) $y + y = 2 \cdot y$

	Количество решений	Примеры
Группа 1		
Группа 2		
Группа 3		

2 Реши уравнения методом подбора, используя определение умножения. Сделай проверку.

а) $4 \cdot x = 16$ б) $x \cdot 5 = 20$

3 Составь к каждой задаче выражение и найди его значение при $a = 2$, $a = 3$.

а) Маша купила a тетрадей, потратив 12 р. Сколько стоит одна тетрадь?

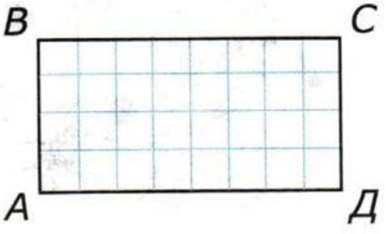
б) Маша купила 5 тетрадей по a р. Сколько денег она заплатила?

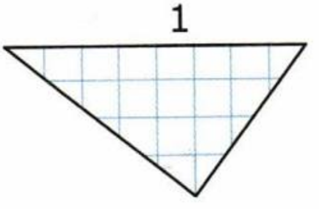
в) Маша купила 5 тетрадей, а Катя на a тетрадей больше. Сколько денег потратила Катя, если одна тетрадь стоит 2 р.?

Обозначение геометрических фигур буквами

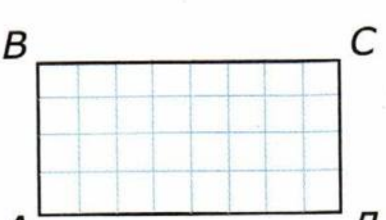
1 Выполни построения.

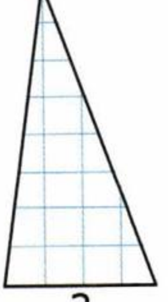
а) Поставь на стороне *АД* точку *Е* так, чтобы, соединив её с точками *В* и *С*, получили треугольник *ВСЕ* такой же, как и треугольник 1. Выпиши остальные полученные треугольники.



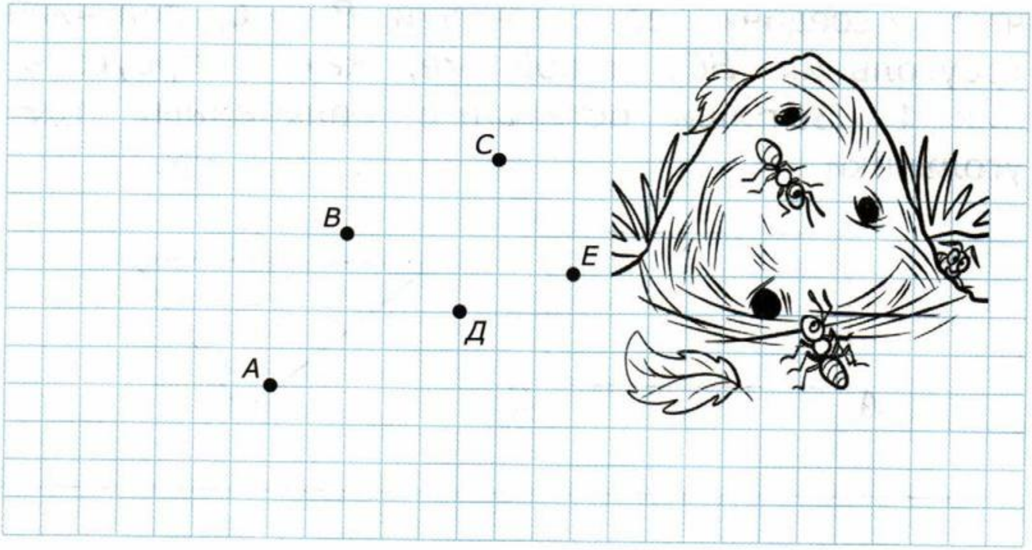


б) Поставь на стороне *ВА* точку *К* так, чтобы, соединив её с точками *С* и *Д*, получили треугольник такой же, как и треугольник 2. Выпиши, какие треугольники получились.





2 Муравьишка и Муравьин спешат в муравейник. Муравьишка выбрал дорогу, проходящую по ломаной *АВСЕ*, а Муравьин по ломаной *АВДЕ*. Чей путь короче? Построй в тетради указанные ломаные и ответь на вопрос задачи.



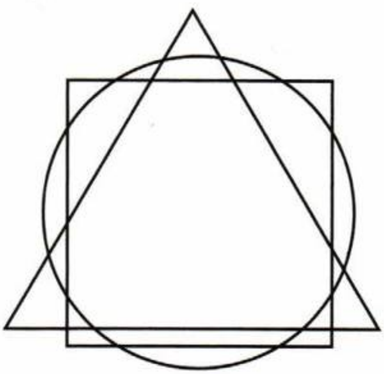
Короче путь ________________________,
так как __________________________________
____.

Повторение и закрепление

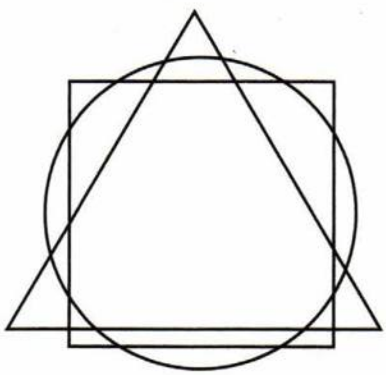
1 Раскрась синим цветом круг, красным — треугольник, зелёным — квадрат так, чтобы:

а) самой нижней фигурой был квадрат, а верхней — круг;

б) круг лежал между треугольником и квадратом, а треугольник оказался под кругом.



а)



б)

Какие ещё комбинации возможны? Запиши их с помощью таблицы.

Внизу	В середине	Вверху

2 Имеются два сосуда. Ёмкость одного из них 9 л, а ёмкость другого — 4 л. Как с помощью этих сосудов набрать из бака 6 л воды? (Воду можно сливать обратно в бак.)

Действия	Результат	
	9-литровый сосуд	4-литровый сосуд

3 Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу. Первый ехал из пункта *A* со скоростью 20 км/ч, а второй — из пункта *B* со скоростью 15 км/ч. Какой из велосипедистов будет ближе к пункту *A* в момент их встречи?

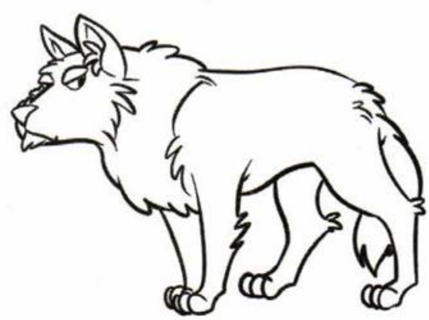
На момент встречи велосипедисты будут ______

4 Помоги зайцу спрятаться от волка. Воспользуйся ключом. (Заяц может прыгать только по вертикальным и горизонтальным дорожкам.)

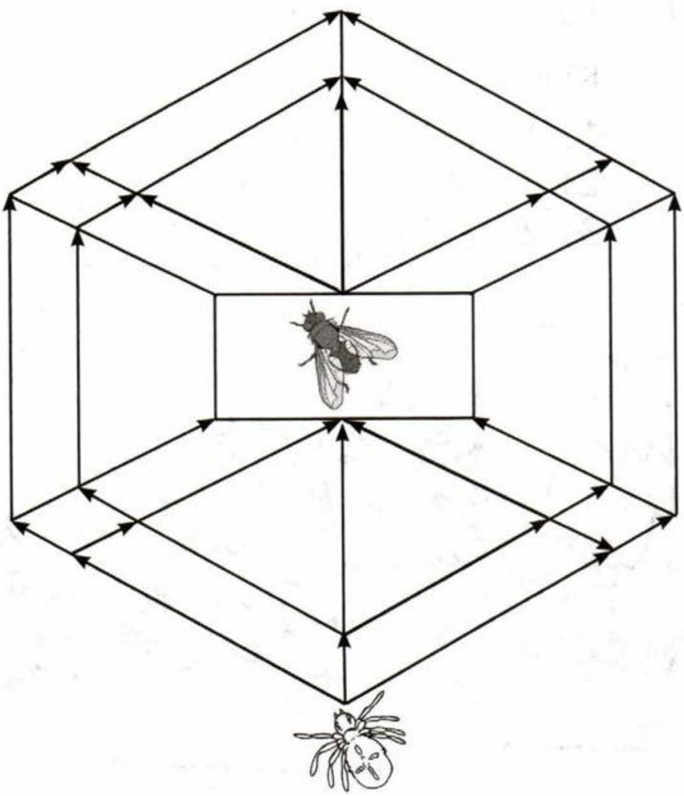
Ключ:

1) 15 : 3	4) 21 : 3
2) 6 : 2	5) 18 : 2
3) 29 – 28	6) 10 : 2

	5	9	2	1	
	0	7	1	3	1
2	5	6	4	5	
1	7	8	1	3	

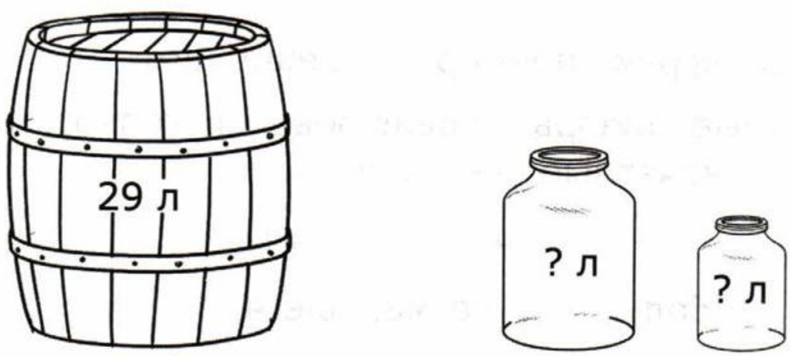


5 Сколько различных маршрутов ведут паука к мухе, если передвигается он по паутинкам в направлениях, указанных стрелками?



Умножение и деление на 4

1 В бочке 29 л воды. Имеются банки двух видов разной ёмкости. Если наполнить из бочки все банки меньшей ёмкости, то в бочке останется 2 л воды. А если наполнить банки большей ёмкости, то в бочке останется 1 л воды. Ёмкость больших банок на 1 л больше ёмкости маленьких банок. Сколько банок каждого вида имеется?



Нужно _____ меньшей ёмкости, _____ большей ёмкости.

2 Сравни выражения.

а) $x \cdot 4 \bigcirc 3 \cdot x$

б) $x \cdot 2 + 3 \bigcirc x + x + 5$

в) $x \cdot 3 + x \cdot 2 \bigcirc x \cdot 4 + x$

г) $3 \cdot x \bigcirc x \cdot 5$

3 Расшифруй пример и реши его.

Чётные цифры зашифрованы голубыми фигурами, нечётные — белыми.

 — больше 1, но меньше 4

 — равно произведению двух одинаковых чисел

 — делится на 3

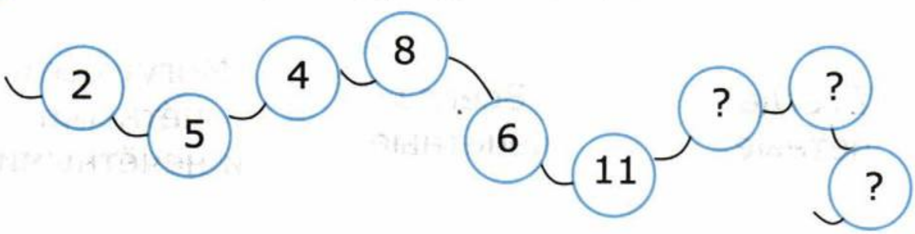
 — больше 6, но меньше 10

4 Реши примеры, пользуясь таблицей умножения на 2 и 3, определением умножения, переместительным свойством умножения.

а) 8 · 4 в) 5 · 4

б) 4 · 7 г) 4 · 12

5 Заполни гирлянду до конца.



6 Запиши с помощью четырёх четвёрок и знаков арифметических действий числа: 3, 5, 6, 8.

7 Разбей приведённые ниже выражения на три группы. Заполни таблицу.

а) Выражения, значения которых могут быть как чётными, так и нечётными в зависимости от значения *a*.

б) Выражения, значения которых всегда нечётное число независимо от значения *a*.

в) Выражения, значения которых всегда являются чётным числом, независимым от значения *a*.

1) $a \cdot 2$

2) $a \cdot 3$

3) $a + 1$

4) $a \cdot 2 + 1$

Всегда чётные	Всегда нечётные	Могут быть чётными и нечётными

Порядок выполнения действий

1 Составь и запиши выражения, в которых действия выполняются в следующем порядке:

а) первое действие — сложение,
второе действие — вычитание,
третье действие — деление;

б) первое действие — деление,
второе действие — сложение,
третье действие — умножение.

Найди значения полученных выражений.

2 Не вычисляя, сравни значения выражений. Проверь свои выводы вычислениями.

а) $(31 - 15) : 2 + 2$ ◯ $(31 - 15) : (2 + 2)$

б) $(13 + 5) \cdot 2 + 2$ ◯ $(13 + 5) \cdot (2 + 2)$

3 Вставь вместо звёздочек подходящие числа и реши полученные примеры.

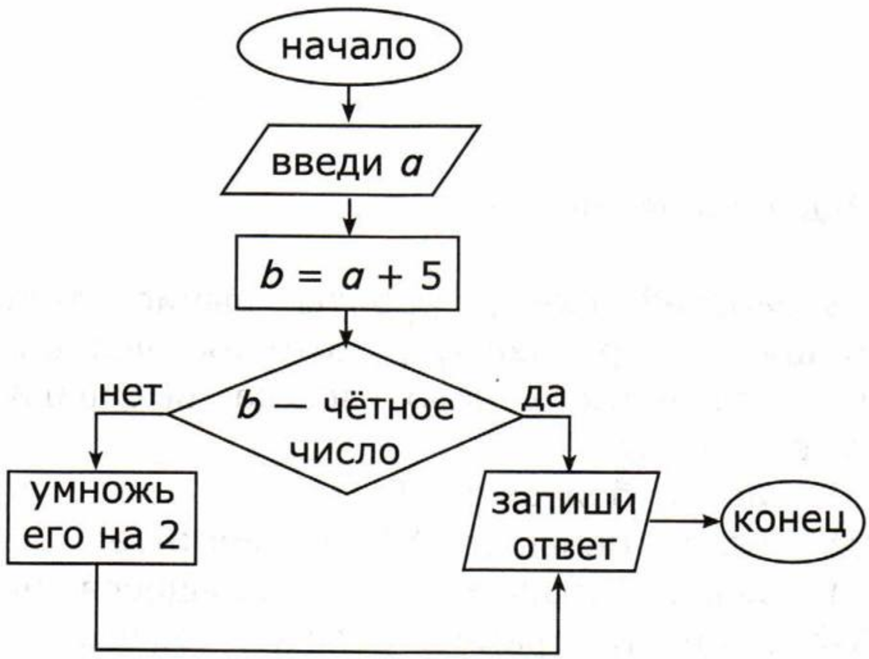
а) $(6 - * : 3) : 2$ б) $(4 \cdot 4 - 7) : * - 2$

4 На двух кустах сидели 16 воробьёв. Со второго куста улетели 2 воробья, а затем с первого куста на второй перелетели 5 воробьёв. После этого на каждом кусте оказалось одинаковое число воробьёв. Сколько воробьёв было первоначально на каждом кусте?

На первом кусте было _____, на втором кусте _____.

Повторение и закрепление

1 Вычислительная машина работает по следующей схеме:



Какой ответ выдаст эта машина при $a = 1$; $a = 2$; $a = 3$; $a = 4$?

Подумай, существует ли такое значение a, при котором ответ, выданный машиной, будет нечётным числом? Ответ обоснуй.

2 Я задумал число, прибавил к нему 1, умножил сумму на 3, произведение разделил на 2 и отнял от результата 4. Получилось 5. Какое число я задумал?

Задуманное число ______.

3 Разработай схему работы вычислительной машины (программу), которая независимо от введённых данных всегда выдавала бы в результате:

а) число, большее 10;

б) число, меньшее 10 и нечётное;

в) число, большее 10 и делящееся на 3.

Учти, что программа должна содержать команды «начало» и «конец», которые изображают в овалах. Команды, по которым вводятся данные или выводится результат, изображают в четырёхугольниках, называемых параллелограммом: ▱.

Команды, выполняющие арифметические действия, изображают в прямоугольниках. Команды, в которых ставится вопрос, требующий ответа «да» или «нет», изображаются четырёхугольником, называемым ромбом: ◇.

От ответа на этот вопрос зависит, какая команда будет выполнена следующей.

а)

начало

б)

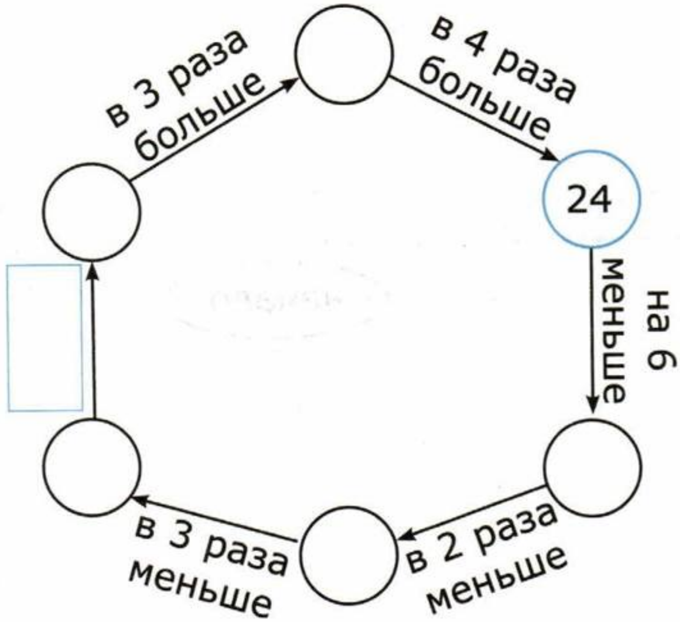
начало

в)

начало

В ... больше. В ... меньше

1 Заполни пустые круги и впиши недостающую надпись.



2 Вставь в «окошко» пропущенную цифру.

а) $\square \cdot 7 + 29 = 71$

б) $(3\square - 11) : 6 = \square$

в) $(34 + 1\square) : 7 + 2\square = \square 2$

г) $24 : \square \cdot 7 + 1\square = 69$

3 Угадай число.

а) Чётное число увеличили в 3 раза. Получили однозначное число. Какое число было и какое получили?

б) Нечётное число, большее 10, но меньшее 20, уменьшили в 3 раза. Какое число было и какое число получили?

в) Чётное число увеличили в 2 раза, а потом увеличили на 3. Получили однозначное число. Какое число было и какое получили?

г) Чётное однозначное число увеличили в 2 раза, а потом уменьшили в 3 раза. Какое число получили и какое было первоначально?

д) Нечётное однозначное число увеличили в 4 раза и уменьшили на 5. Получили нечётное число, большее 10, но меньшее 20. Что это за число? Какое число было первоначально?

Табличное умножение и деление на 5

1 В коробке 17 конфет. Юра пригласил к себе друзей, и они съели конфеты поровну, после чего в коробке осталось 2 конфеты. Сколько друзей пригласил Юра?

У Юры ____________ друзей.

2 ☐ + ☐ = 10 — первое слагаемое в несколько раз больше второго. Найди эти слагаемые и определи, во сколько раз и на сколько единиц второе слагаемое меньше первого.

3 Расшифруй кодовый номер шпиона Икс. Действуй осторожно и постепенно. Докладывай о результатах каждого шага своей работы.

1) $3 < x : 5 < 8$
2) x — чётное число
3) $80 < x \cdot 3 < 100$

Кодовый номер шпиона Икс ____.

4 Имеется 9 монет одинакового достоинства. Известно, что 8 из них имеют одинаковый вес, а одна — фальшивая — немного легче остальных. Как при помощи взвешиваний на чашечных весах без гирь выделить фальшивую монету? Выбери наиболее рациональный способ решения.

Табличное умножение и деление на 6

1 Зайчонок и его друзья отправляются в путешествие на воздушном шаре, которое продлится 6 дней. Для того чтобы путешествие прошло благополучно, им нужен запас воды по 2 бутылки на каждого в день. Помимо путешественников шар может поднять 18 кг. Сколько друзей отправляются путешествовать, если 4 бутылки с водой весят 1 кг?

В путешествие отправляются _____ друзей.

2 Разгадай числа под масками.

а) Я больше 20, но меньше 50. Я делюсь на 6, но не делюсь ни на 4, ни на 5. Кроме 6, у меня есть ещё один нечётный делитель, больший 6. Кто я?

б) Я двузначное число. Равно произведению двух одинаковых чётных множителей, меньших 7 и делящихся на 3. Кто я?

в) У меня много делителей. Я делюсь на 2, на 3, на 6 и даже на 9. И хотя я двузначное, но моя первая цифра самая маленькая, какой только может быть первая цифра многозначного числа. Кто я?

Табличное умножение и деление на 7, 8, 9

1 Произведение двух множителей больше 50. Докажи, что хотя бы один из множителей больше 7.

2 Расшифруй примеры.

$(\triangle\bigcirc + \square\triangle) : 8 = 8$

$* \cdot 8 = \triangle\bigcirc$

$\square \cdot 8 = \square\triangle$

3 Расставь скобки в выражениях так, чтобы были выполнимы все действия. Реши получившиеся примеры.

а) $14 - 8 \cdot 7 + 9$

б) $64 - 20 + 22 : 7$

в) $6 \cdot 7 + 3 : 5 + 4$

г) $28 - 14 : 7 - 5$

4 Какие значения может принимать x, чтобы записанные неравенства были верными?

а) $100 - x > 9 \cdot 9$

б) $5 \cdot x < 25 + 5$

в) $x : 3 < 30 : 5$

г) $x - 13 > 6 \cdot 8$

д) $x + 5 < 42 : 7$

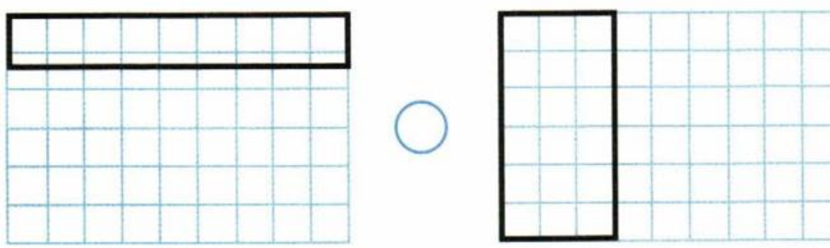
е) $18 : x > 72 : 9$

Доли

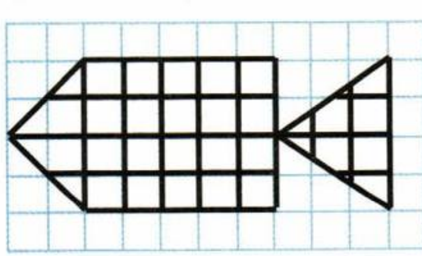
1 Сравни площади данных фигур. Запиши.

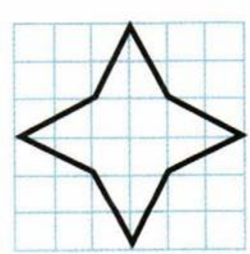
а) 

б) 

в) 

2 Вычисли площади фигур, изображённых на рисунке, приняв за единицу измерения одну клетку.

а) 

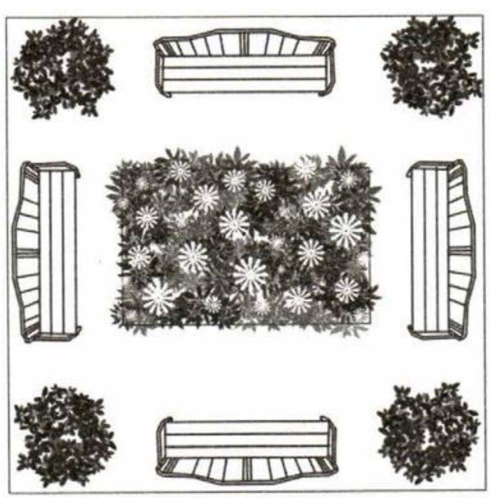
б) 

Круг. Окружность

1 Начерти квадрат со стороной 4 см. Подумай, чему равен максимально возможный радиус круга, который полностью поместится внутри квадрата. Где расположен центр такого круга? Начерти этот круг.

Квадратный дециметр и квадратный метр

1 Во дворе вновь построенного дома предполагается организовать зону отдыха так, как показано на рисунке. Для этого выделен квадратный участок земли со стороной 9 м. По углам этого участка будут посажены каштаны, для которых необходимы квадратные участки земли площадью 4 м^2. В середине участка будет разбита прямоугольная клумба. По сторонам участка между каштанами будут лавки, для постройки которых нужны прямоугольные участки земли размерами 3 м на 1 м. Между всеми объектами зоны отдыха должны быть дорожки шириной не менее 1 м. Приняв 1 клетку за 1 м^2, нарисуй план зоны отдыха и рассчитай максимально возможную площадь клумбы.



2 На земельном участке прямоугольной формы, размеры которого 4 м и 2 м, планируется посадить фруктовые деревья. Имеются саженцы вишен, слив и яблонь. Для посадки вишни нужна минимальная площадь 1 м^2, для посадки сливы — 2 м^2, для посадки яблони — 3 м^2. Как посадить деревья, чтобы на участке росли и вишни, и сливы, и яблони?

Случаи умножения и деления с 0 и 1

1 Воспользовавшись определением деления и умножения, объясни правила деления с нулём.

$0 : a = ?$ $a : 0 = ?$ $0 : 0 = ?$

2 Запиши в буквенном виде правила умножения на 0 и 1. Вспомни определение умножения и на его основе объясни, почему эти случаи умножения в математике являются особыми. Обоснуй целесообразность введения этих правил, опираясь на переместительный закон умножения.

$a \cdot 1 = ?$ $1 \cdot a = ?$

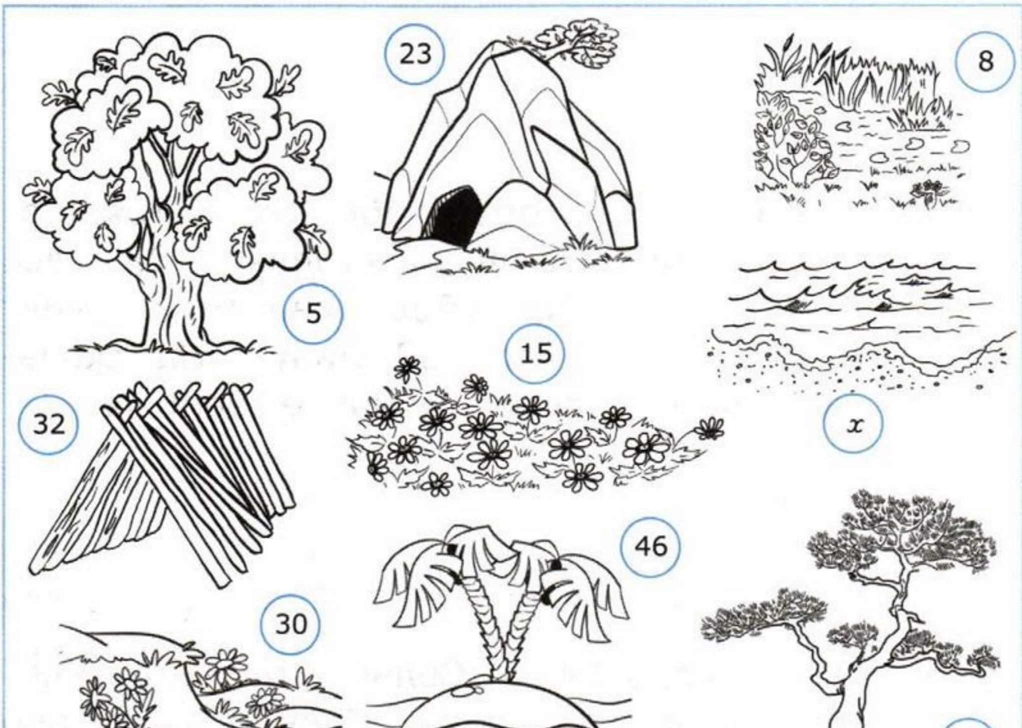
$a \cdot 0 = ?$ $0 \cdot a = ?$

3 Капитан Флинт спрятал сокровища на необитаемом острове. Путь к сокровищам он зашифровал следующим образом:

а) $x \cdot 8 = \square$ в) $\square \cdot 2 = \square$

б) $\square + 7 = \square$ г) $\square : 6$ — клад

Расшифруй его записку и найди путь к кладу.



Единицы времени

1 Это мальчик Витя. Позавчера ему было 10 лет, а в будущем году будет 12 лет. Удивительно, но это правда. В каком месяце и какого числа день рождения у Вити?

2 а) Время, за которое оборачивается вокруг своей оси Земля, составляет 23 часа 56 минут, а Марс оборачивается вокруг своей оси за 24 часа 37 минут. На сколько марсианские сутки длиннее земных?

б) Самая близкая к Солнцу планета Меркурий оборачивается вокруг Солнца примерно за 88 земных суток, а вокруг своей оси — за 59 земных суток. На сколько земных суток год на Меркурии длиннее суток на Меркурии?

в) Самая дальняя от Солнца планета Плутон оборачивается вокруг своей оси за 6 земных суток и 9 часов. Сколько часов длятся сутки на Плутоне? (Считать земные сутки равными 24 часам.)

3 Старшеклассники решили помочь школе заготовить дрова. Шестеро из них взялись за распилку брёвен разной длины на кругляки длиной 50 см. Ребята разбились на три пары. Один из каждой пары считался бригадиром. Бригадиров звали Володя, Петя и Вася. Володя с Мишей пилили брёвна длиной 2 м средней толщины. Петя с Костей — брёвна длиной 1 м 50 см большей толщины. Вася с Федей пилили самые толстые брёвна длиной 1 м. Лавров и Котов напилили 26 кругляков. Галкин и Пастухов — 27. Медведев и Евдокимов — 28. Как зовут каждого мальчика, если фамилии бригадиров Лавров, Галкин и Медведев.

Внетабличное умножение и деление

1 Угадай число, для которого верны следующие утверждения.

а) При умножении этого числа на 3 получается двузначное число с 0 в разряде единиц.

б) При умножении этого числа на 4 также получается двузначное число с 0 в разряде единиц.

в) Это число делится и на 5, и на 2.

г) При делении числа на 2 получается наименьшее двузначное число.

Какое из утверждений не несёт дополнительной информации о числе?

Никакой дополнительной информации о числе не несёт утверждение _____.

Умножение суммы на число

1 Какие цифры зашифрованы геометрическими фигурами?

а) △□ · ○ = ▱○

△□ · ○ = (▭ + ▭) · ○

○ + ○ = ○ · ○

△ — ______, ○ — ______, □ — ______,

▱ — ______, ▭ — ______.

б) △□ · ○ = ▱○

△□ · ○ = (△▭ + □) · ○

△▭ = ○ + ○

▱ = ⬡ + ⬡ + ⬡ + ⬡

△ — ______, ○ — ______, □ — ______,

▱ — ______, ▭ — ______, ⬡ — ______.

2 Дорога из города в деревню может быть проложена через лес, через реку и через большой овраг. Дорога через лес будет длиной 16 км, через большой овраг — 12 км, через реку — 18 км. Строительство 1 км дороги стоит 4 тыс. р. Если прокладывать дорогу через лес, то придётся вырубать просеку длиной 12 км. Стоимость вырубки — 3 тыс. р. за 1 км. Если прокладывать дорогу через реку, то будет необходимо построить 2 моста. Стоимость постройки 1 моста 14 тыс. р. Если прокладывать дорогу через большой овраг, то его потребуется засыпать. Эта работа будет стоить 17 тыс. р. Стоимость земли, необходимой для засыпки оврага, 35 тыс. р. Какую дорогу нужно построить?

Нужно построить дорогу через ________.

Деление суммы на число

1 Выполни деление, представив делимое в виде суммы удобных слагаемых различными способами.

а) 60 : 5　　в) 88 : 22

б) 28 : 2　　г) 52 : 4

2 Допиши, где нужно, уточнение алгоритма. Запиши пример этого алгоритма.

Алгоритм «Выполни деление на 2».

1) Начало. ______

2) Запиши число. ______

3) Представь это число в виде суммы двух разрядных слагаемых. ______

4) Раздели первое слагаемое на 2. ______

5) Проверь, делится ли второе слагаемое на 2. Если делится, то раздели его, иначе — сделай соответствующий вывод. ______

6) Вычисли сумму. ______

7) Запиши ответ. ______

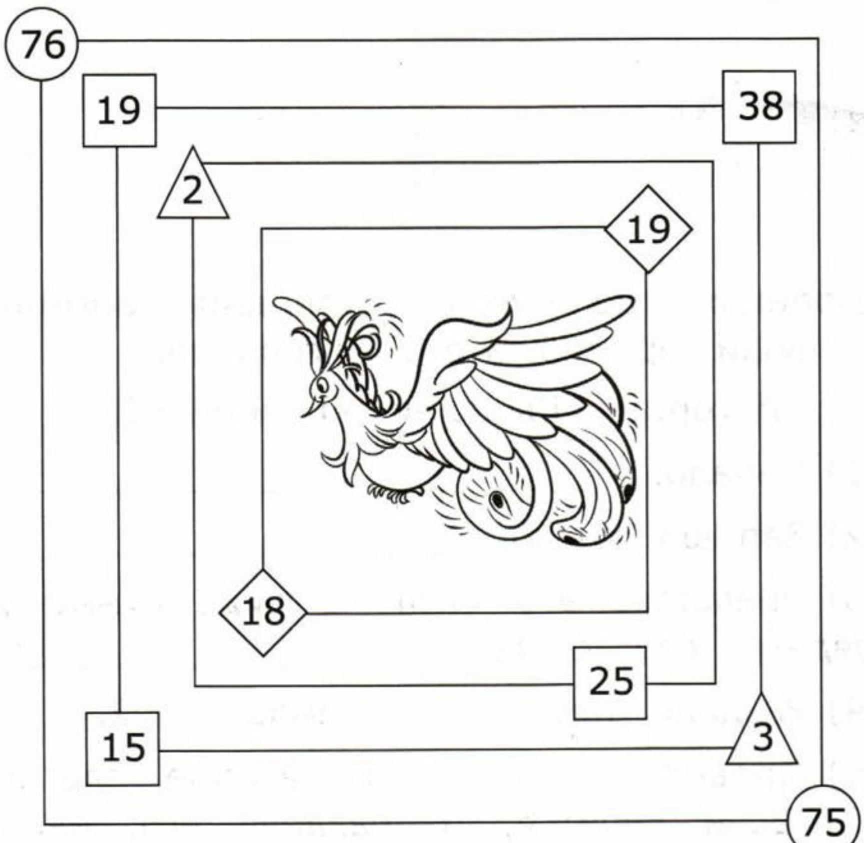
8) Конец. ______

Проверка деления умножением, нахождение частного способом подбора

1 Помоги Ивану-царевичу достать Жар-птицу.

1) ○ : □ = △

2) □ : △ = ◇



2 Разбей примеры на две группы: группу, в которой делимое делится на делитель, и группу, в которой делимое не делится на делитель. Уменьши делимое в примерах второй группы так, чтобы деление было возможно. При работе над заданием выполняй предварительную прикидку результата.

1) 27 : 13
2) 45 : 15
3) 60 : 12
4) 78 : 26
5) 74 : 16
6) 85 : 25

Группа 1	Группа 2	На сколько нужно уменьшить делимое, чтобы деление стало выполнимо

Деление с остатком

1 У мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестёр, чем братьев. Сколько в этой семье братьев и сколько сестёр?

В семье ______ братьев, ______ сестёр.

2 Какие числа зашифрованы геометрическими фигурами?

□△ : 5 = △ (ост. △)

△6 : ▱ = ○ (ост. △)

○ · △ : ▱ = 5 (ост. 1)

△ — ______ ○ — ______

□ — ______ ▱ — ______

3 Используя шифр, разгаданный в предыдущем задании, зашифруй три примера на деление с остатком.

4 Для новогодних подарков купили апельсины. Если разложить их по 3 штуки в каждый подарок, то 1 апельсин останется лишним, а если разложить по 4 штуки, то 2 апельсинов для одного подарка не хватит. Сколько апельсинов купили и сколько подарков нужно сделать?

Проверка деления с остатком

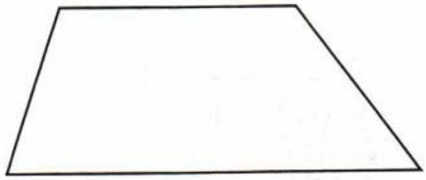
1 При каком значении a и b будет верным каждое равенство?

а) $66 : a = 16$ (ост. 2)
б) $a : 8 = 11$ (ост. 4)
г) $a : 2 = 18$ (ост. b)
в) $36 : a = 2$ (ост. 6)
д) $54 : a = 13$ (ост. b)
е) $51 : a = b$ (ост. 6)

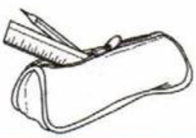
2 По окончании игры несколько футболистов присели отдохнуть: одни — на обыкновенный стул, а другие — на трёхногий табурет. Всего ног — человеческих и деревянных — оказалось 39. Сколько стульев и табуретов было занято?

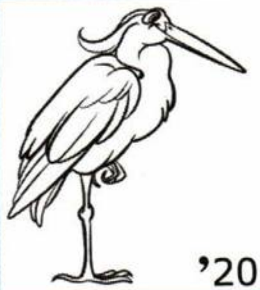
Повторение и закрепление

1 Разгадав ребусы, узнай, как называется такой четырёхугольник. Запиши название.



а)  ’18 : 9

б)  ’24 : 8

в)  ’20 : 5

г)  ’18 : 6

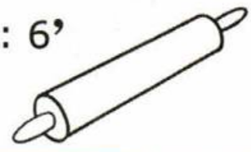
д)  ’30 : 6

Теперь разгадай, как называется такой четырёхугольник. Запиши название.

а) ’32 : 8

в) 4 : 4’ ’21 : 7

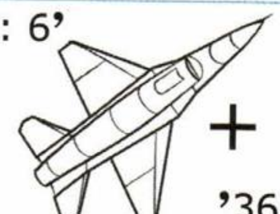
б) ’14 : 7 12 : 6’



г) 8 : 4’ ’15 : 5

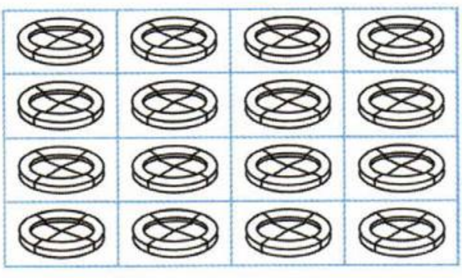
д) ’27 : 9

е) 6 : 6’ + М ’36 : 9



2 Помнишь сказку Андерсена «Дюймовочка»? Вспомни, как Дюймовочка убежала от жабы, которая хотела выдать её замуж за своего безобразного сына. Жаба обнаружила пропажу Дюймовочки, когда бабочка везла её на листе кувшинки уже 3 мин и до берега пруда оставалось 15 м. Лист кувшинки с Дюймовочкой находился на середине пруда, ширина которого 42 м. Когда жаба обнаружила пропажу девочки, она находилась от Дюймовочки на расстоянии 13 м и поплыла вдогонку со скоростью 4 м/мин. Нужно ли бабочке лететь быстрее, чтобы жаба не догнала их?

3 16 фишек расположены по 4 в ряду. Убери 6 фишек таким образом, чтобы в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном ряду осталось по чётному числу фишек.



4 Поспорь с Незнайкой. «Я хорошо знаю математику! Я выучил всю таблицу умножения, умею складывать, вычитать и делить. Я знаю, что самое большое двузначное число 100 можно разделить на 2, 3, 4 и 5. Я умею проверять, правильно ли я выполнил действия, и находить ошибки. Например, чтобы проверить, действительно ли 4 : 2 будет 2, нужно к частному 2 прибавить делитель 2. 2 + 2 = 4 — мы получили делимое.

Значит, деление выполнено верно. А если требуется двузначное число умножить на однозначное, то я могу легко это сделать, заменив произведение суммой одинаковых слагаемых. Например, 28 · 3 = 28 + 28 + 28 = 84. А ты знаешь математику так же хорошо, как и я?»

5 За книгу заплатили 18 р. и ещё половину стоимости книги. Сколько стоит книга?

6 Имеется 17 листов красной бумаги и 21 лист зелёной бумаги. Какое количество комплектов из красной и зелёной бумаги можно составить, чтобы осталось как можно меньше неиспользованных листов, если известно, что листов зелёной бумаги в комплекте должно быть не менее 4, а красной — не более 5 штук? Сколько листов красной бумаги и сколько листов зелёной бумаги потребуется для этих комплектов?

7 В токарном цехе завода вытачивают детали из металлических заготовок. Из одной заготовки — одна деталь. Стружки, образовавшиеся при изготовлении 6 деталей, можно переплавить и сделать ещё 1 заготовку. Сколько деталей можно изготовить, используя эту технологию, из 36 металлических заготовок?

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

Нумерация

1 Какое число больше:

а) число, в котором 32 десятка, или число, в котором 320 единиц;

б) число, в котором 9 сотен и 6 десятков, или число, в котором 9 сотен и 60 единиц;

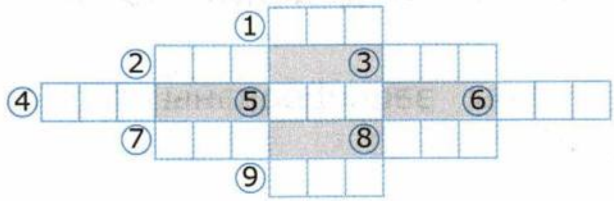
в) число, в котором 13 десятков и 8 единиц, или число, в котором 1 сотня и 83 единицы;

г) число, в котором 24 десятка и 6 единиц, или число, в котором 2 сотни и 46 единиц;

д) число, в котором 9 сотен и 1 единица, или число, в котором 91 десяток?

Запиши указанные пары чисел и поставь между ними знак <, > или =.

2 Разгадай числовой кроссворд.



1) Число, в котором не хватает до тысячи четырёх десятков.

2) Трёхзначное число, первая цифра которого равна наименьшему нечётному числу, а каждая последующая цифра в 3 раза больше предыдущей.

3) Наименьшее трёхзначное число, содержащее не больше двух сотен.

4) Трёхзначное число, цифра единиц которого меньше цифры сотен и на 2, и в 2 раза, а цифра десятков меньше цифры сотен, но больше цифры единиц.

5) Число, содержащее ровно 11 десятков.

6) Трёхзначное число, все цифры которого чётные и каждая последующая в 2 раза меньше предыдущей.

7) Число, которому не хватает до тысячи 1 сотни и 1 единицы.

8) Трёхзначное число, в записи которого используется 0, цифра единиц на 3 больше цифры десятков, а цифра сотен в 3 раза больше цифры единиц.

9) Цифру единиц этого трёхзначного числа можно получить путём умножения цифры десятков на любое число. Цифра же сотен этого числа равна чётному числу, делящемуся на 3.

Умножение и деление на 10, 100

1 Какие цифры зашифрованы геометрическими фигурами?

а) ○△□ > ○△ в 10 раз

○□△ < ○△□ на 45

○△ < △□ в 2 раза

△ – ______, ○ – ______, □ – ______.

б) △□○ > △□△ на 2

△□ < ○□ в 2 раза

△□□ > △ в 100 раз

△ – ______, ○ – ______, □ – ______.

2 Двузначное число, цифра десятков которого на 2 меньше цифры единиц, умножили на 10.

Какая цифра стоит в разряде единиц произведения? ☐

Что больше и на сколько: цифра десятков данного числа или цифра десятков произведения?

Больше ______ на ______.

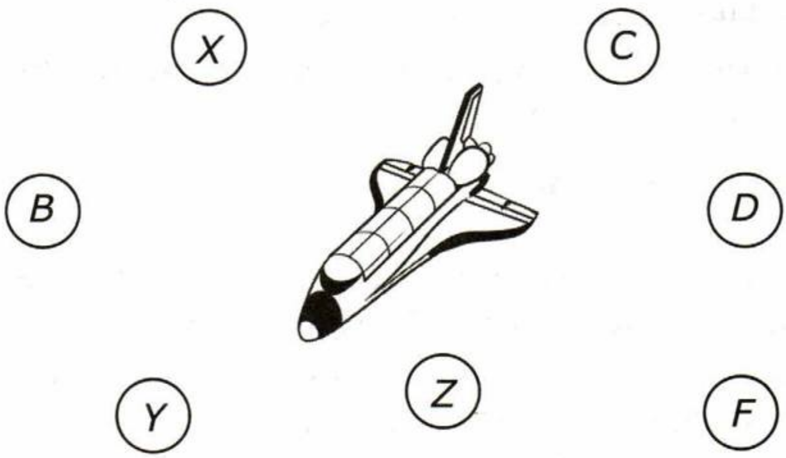
Какая в полученном числе самая большая цифра и почему?

☐, так как ________________________________.

3 Один путешественник по пустыне заметил, что сильные колебания температуры воздуха днём и ночью сказываются на работе часов. От изменений температуры днём часы уходили вперёд на 1/2 мин, а за ночь отставали на 1/3 мин. Утром 1 мая часы ещё показывали верное время. К какому числу они уйдут вперёд на 1 мин?

Сравнение трёхзначных чисел

1 Проложи космическую трассу кораблю астронавтов по числовой галактике. Названия планет зашифрованы трёхзначными числами. Путь корабля проходит от планеты с меньшим номером к планете с большим номером.



Планета *X* — номер содержит 7 сотен.

Планета *Y* — номер содержит 59 десятков.

Планета *Z* — номер содержит 5 сотен и 8 десятков.

Планета *F* — номер содержит 6 сотен и 4 десятка.

Планета *C* — номер содержит 6 сотен, 8 десятков и 3 единицы.

Планета *D* — номер содержит 6 сотен, 8 десятков и 7 единиц.

Планета *B* — номер содержит менее 5 сотен.

2 Расположи планеты Солнечной системы в порядке их удалённости от Солнца, если о расстоянии от планеты до Солнца, выраженном трёхзначным числом в миллионах километров, известно:

1) Земля: для того чтобы это расстояние содержало 1 сотню и 5 десятков миллионов километров, не хватает нескольких единиц; ☐

2) Меркурий — расстояние до Солнца содержит менее 1 сотни миллионов километров; ☐

3) Марс — расстояние до Солнца содержит больше 22 десятков миллионов километров, но меньше трёх сотен миллионов километров; ☐

4) Юпитер — расстояние до Солнца содержит почти 8 сотен миллионов километров; ☐

5) Венера — расстояние до Солнца содержит 1 сотню и 8 единиц миллионов километров. ☐

Римская нумерация

1 Сравни числа:

359 ◯ 34 DL ◯ XXXVII

451 ◯ 514 CLX ◯ LDX

348 ◯ 326 CXV ◯ CVL

2 Соедини стрелками каждое римское число с соответствующей ему арабской записью:

XLIV	86
CCXVIII	44
LXXXVI	159
CLIX	218
CCCXLII	342

3 Выполни действия:

26 + 34 = ____________

231 + 456 = ____________

843 - 232 = ____________

98 - 75 = ____________

LVI + XXXIV = ____________

CXII + CCLIII = ____________

DCLV - CXLIV = ____________

XCVIII - LVII = ____________

Единицы массы

1 У древних славян единицей массы была гривна, представлявшая собой слиток серебра массой около 400 г. Серебряная гривна одновременно служила и денежной единицей. В XIII веке, чтобы получить меньшую единицу, гривну стали рубить на 2 части. Одна часть гривны стала называться «рубль», это название денежной единицы используется до наших дней. Хватит ли 2 кг 500 г серебра, чтобы отлить 12 древнеславянских рублей?

Хватит ☐ Не хватит ☐

2 В «окошки» правого столбика вставь наименьшие из возможных цифр, чтобы неравенства были верными.
Выполни то же задание, вставляя в «окошки» левого столбика наибольшие из возможных цифр.

а) 4 кг 534 г < ☐537 г	4 кг 534 г < ☐537 г
б) 3 кг 28 г < 3☐26 г	3 кг 28 г < 3☐26 г
в) 3485 г > ☐ кг 484 г	3485 г > ☐ кг 484 г
г) 2094 г > 2 кг ☐94 г	2094 г > 2 кг ☐94 г

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Приёмы устных вычислений

1 Ты уже знаешь, что для устных вычислений обычно числа представляются в виде суммы разрядных или удобных слагаемых. Используя знания различных приёмов устных вычислений, вставь в «окошки» пропущенные числа:

а) 380 + □ = (380 + □) + 60 = 460

□ □

б) 430 – □ = (430 – □) – 40 = 360

□ □

в) 5□3 + □4□ =

= (500 + □00) + (□0 + 40) + (3 + □) =

= 895

г) 65□ – 3□1 =

= (□00 – 300) + (50 – □0) + (□ – 1) = 336

2 Вставь в «окошки» числа, чтобы получились верные высказывания.

а) ☐ – 420 > 400 — на 4 дес.

б) 300 + ☐ < 5 сот. — на 6 дес.

в) ☐ дес. + 230 < 40 дес. — на 30

3 Реши примеры, используя представление чисел в виде разрядных слагаемых и подробную запись или выполняя рассуждения устно.

а) 742 + 235 в) 359 – 247

б) 878 – 453 г) 452 + 136

4 Из 12 спичек выложили такое равенство:

Переложив 1 спичку, исправь ошибку. Ответ нарисуй.

Приёмы письменных вычислений

1 а) Убедись, что остаток от деления чисел 37, 83, 94, 46 на 9 равен их укороченному числу.

б) Выполни действия устно или письменно и проверь результат девяткой.

1) 347 + 459 3) 574 + 236

2) 841 – 236 4) 842 – 471

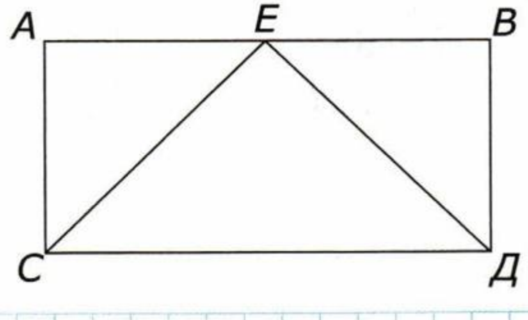
2 Расшифруй примеры.

а) $\begin{array}{r} -\,543 \\ \underline{*7*} \\ 2*9 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} -\,55* \\ \underline{3*8} \\ *13 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} -\,74* \\ \underline{3*7} \\ *03 \end{array}$ г) $\begin{array}{r} -\,5*8 \\ \underline{36*} \\ *20 \end{array}$

Виды треугольников

1 Периметр треугольника 20 см. Одна сторона этого треугольника на 12 мм меньше, чем 1 дм, а другая сторона на 14 мм больше, чем 2 см. Докажи, что этот треугольник равнобедренный. Будет ли этот треугольник равносторонним?

2 Докажи, что площадь треугольника *СДЕ* в 2 раза меньше площади прямоугольника *АВДС*.



Повторение и закрепление

1 Сказочный Кот Котофеич — сосед Бабы-яги. Когда в избушке Бабы-яги завелись мыши, она уговорила соседа каждую ночь ловить мышей. «За хорошую работу, — обещала Баба-яга, — ты будешь получать каждое утро по три вкусных пирожка для твоих котят. Но если в какую-то ночь проспишь на мягком коврике, то с тебя будет причитаться один пирожок». 26 ночей был Кот Котофеич на службе у Бабы-яги. Иной раз он сладко спал всю ночь у печки. Своим котятам он всё же принёс 62 пирожка. Сколько ночей Кот Котофеич добросовестно ловил мышей и сколько ночей он проспал?

2 Когда отцу Васи был 31 год, Васе было 8 лет, а теперь отец старше Васи в 2 раза. Сколько лет прошло с тех пор?

Прошло ________ лет.

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Приёмы устных вычислений

1 В этих произведениях цифры первых множителей перепутались, а второй множитель — однозначное число — надел маску. Наведи порядок в первых множителях и разгадай, какие числа «спрятались» под масками.

а) 103 ·  = 390

б) 420 ·  = 408

в) 501 ·  = 750

г) 310 ·  = 520

2 Угадай число.

Я задумал число. Умножил его на 3. К результату прибавил 80. Сумму разделил на 2. Частное увеличил на 140. Полученное число уменьшил в 9 раз. Результат умножил на 7. Получилось 210. Какое число я задумал?

3 а) Известно, что произведение двух целых чисел больше 75. Докажи, что хотя бы один из множителей больше 8.

б) Произведение двузначного числа на 5 тоже двузначное число. Докажи, что первая цифра этого двузначного числа — единица.

Приёмы письменных вычислений

1 Даны два произведения:

$3 \cdot 4 \cdot 5$ и $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$.

Во сколько раз второе произведение больше первого?

2 В магазине имелось 6 эмалированных баков ёмкостью 15, 16, 18, 19, 20 и 31 л. Двое купили 5 баков: один человек купил 2 бака, а второй — 3 бака. Причём оказалось, что ёмкость первых двух баков в 2 раза меньше трёх баков, приобретённых вторым покупателем. Бак какой ёмкости остался в магазине?

Остался бак ёмкостью ________ л.

3 Найди самым рациональным способом, какое частное и какой остаток получится при делении значения выражения

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$$

на 5. Результат проверь вычислениями.

4 Расшифруй примеры.

а) $\begin{array}{r} \times\ {*}4{*} \\ 4 \\ \hline 9{*}4 \end{array}$

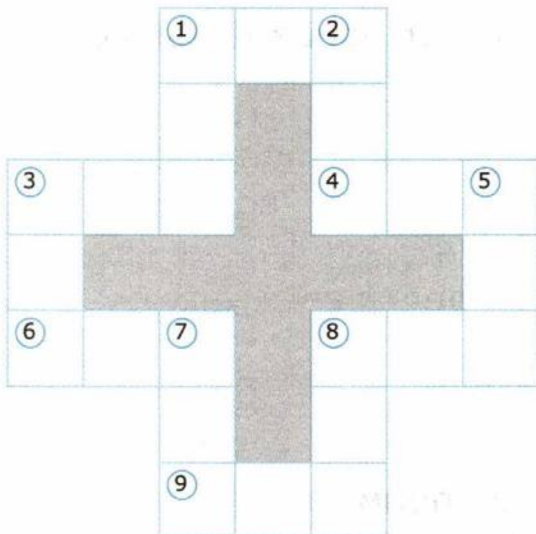
б) $\begin{array}{r} \times\ 1{*}3 \\ 5 \\ \hline 8{*}{*} \end{array}$

в) $\begin{array}{r|l} -\,9{*}8 & 4 \\ \cline{2-2} {*} & {*}4{*} \\ \cline{1-1} -\,{*}{*} & \\ {*}{*} & \\ \cline{1-1} -\,2{*} & \\ {*}{*} & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

г) $\begin{array}{r|l} -\,{*}5{*} & 6 \\ \cline{2-2} {*}\phantom{5{*}} & 1{*}9 \\ \cline{1-1} -\,3{*}\phantom{{*}} & \\ {*}{*}\phantom{{*}} & \\ \cline{1-1} -\,{*}{*} & \\ {*}{*} & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$

Повторение и обобщение

1 Числовой кроссворд.



По горизонтали:

1. Число, частное от деления которого на 5 содержит 11 десятков и 3 единицы.

3. Наименьшее число, делящееся на 7 и на 30.

4. Наименьшее число, делящееся на 4 и на 71.

6. Частное 736 и 2.

8. Если к этому числу прибавить произведение наибольшего однозначного числа на себя, то получится наименьшее четырёхзначное число.

9. Наибольшее число, которое получится при перестановке цифр числа из задания 1 по горизонтали.

По вертикали:

1. Наибольшее из возможных здесь чисел, делящихся на 3.

2. Число, при делении которого на 4 получается неполное частное 145.

3. Неполное частное 813 и 4.

5. Наименьшее из возможных здесь чисел, две цифры которого одинаковы.

7. Наибольшее из возможных здесь чисел, делящихся на 4.

8. Число, делящееся на 9.

2 В День леса учащимся 4-х и 6-х классов было поручено посадить равное количество деревьев по обеим сторонам улицы. Школьники 4-го класса вышли на работу раньше и успели посадить 5 деревьев до того времени, когда пришли шестиклассники. Но оказалось, что они сажали деревья не на своей стороне улицы. Ученики 4-го класса перешли на свою сторону улицы и снова начали посадку деревьев. Шестиклассники закончили работу раньше и решили помочь команде 4-го класса. Они перешли на другую сторону улицы, посадили 5 деревьев, потом успели посадить ещё 5 деревьев, и вся работа была закончена. На сколько деревьев больше посадили шестиклассники, чем четвероклассники?

На _______ деревьев больше посадили шестиклассники.

РЕКОМЕНДАЦИИ И ОТВЕТЫ

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 100

Сложение и вычитание

1 При выполнении задания рассуждение может быть следующим.

а) При прибавлении к числу другого числа мы увеличиваем данное число. Следовательно, увеличивая 3, мы не можем получить 2. Следовательно, при сложении единиц получается 12. 12 получится, если к 3 прибавить 9. Значит, в первое «окошко» вписываем 9. 3 прибавить к 9, получается 12. В разряд единиц суммы пишем 2, а 1 запоминаем. 4 + 1 = 5 да ещё 1 будет 6. Во второе «окошко» пишем 6.

Проверим: $\begin{array}{r} +\,43 \\ 16 \\ \hline 62 \end{array}$ — верно.

б) Увеличивая 5, мы не можем получить 1, следовательно, при сложении цифр, стоящих в разряде единиц, получилось 11. 11 получится, если к 5 прибавить 6. Значит, в первое «окошко» пишем 6: 6 + 5 = 11. В разряде единиц суммы пишем 1, а 1 запоминаем и добавляем к сумме цифр, стоящих в разряде десятков. Значит, 6 в разряде десятков суммы получилось при сложении числа, записанного в «окошке», 2 и 1. □ + 2 + 1 = 6. 6 получается, если к 3 прибавить 3, значит, в «окошке» пишем 3.

Проверим: $\begin{array}{r} +\,35 \\ 26 \\ \hline 61 \end{array}$ — верно.

в) От 6 отнять 8 мы не можем. Занимаем 1 у разряда десятков. Это десять единиц, 10 + 6 = 16, а 16 − 8 = 8. В «окошко» разряда единиц разности пишем 8. В уменьшаемом мы заняли 1 у 7, осталось 6. От 6 отняли цифру, записанную в «окошке» вычитаемого, получили 2. 2 получается, если от 6 отнять 4, в это «окошко» пишем 4.

Проверим: $\begin{array}{r} -\,76 \\ 48 \\ \hline 28 \end{array}$ — верно.

г) 2 получится, если 9 отнять от 11, но 11 — это двузначное число, оно не может быть записано в «окошке», значит, там записано 1. Чтобы выполнить вычитание в разряде единиц, мы заняли 1 в разряде десятков. Там осталось 7. Чтобы получить 5, надо от 7 отнять 2. Значит, во второе «окошко» пишем 2.

Проверим:
$$\begin{array}{r} -\,81 \\ 29 \\ \hline 52 \end{array} \text{ — верно.}$$

Задание направлено на формирование и совершенствование вычислительных навыков, развитие логического мышления, формирование умения анализировать, рассуждать, видеть взаимосвязи между данными и искомым, делать выводы, проверять, аргументированно и обоснованно излагать свои мысли. При работе над заданием выполнять проверку нужно обязательно, это способствует формированию навыка самоконтроля, развитию вычислительной культуры учащихся.

2 Задание направлено на повторение и обобщение знаний детей о нумерации чисел в концентре «сотня», повторение табличных случаев умножения и деления на 2 и на 3; развитие логического мышления; формирование умения анализировать, рассуждать, находить объект, удовлетворяющий предложенному словесному описанию, соотносить найденное решение с полученными ранее результатами.

1 1	2 2			
	3 7	4 1		
		5 8	6 8	
			7 4	8 6

Решение уравнений

1 Приведённые уравнения можно разбить на группы следующим образом:

1) Уравнения, имеющие одно решение:

а) $x + 38 = 62$
$x = 62 - 38$
$x = 24$
Проверка $24 + 38 = 62$ — верно.

в) $47 - x = 29$
$x = 47 - 29$
$x = 18$
Проверка $47 - 18 = 29$ — верно.

2) Уравнения, имеющие сколь угодно много решений (решением является любое число).

г) $a - a = 0$ — какое бы число мы ни отняли от самого себя, получится 0.

е) $y + y = 2 \cdot y$ — по определению умножения сумму двух одинаковых слагаемых y можно заменить произведением: $y + y = y \cdot 2$. $y \cdot 2 = 2 \cdot y$ — это верно всегда согласно правилу: от перестановки множителей произведение не меняется.

3) Уравнения, не имеющие решения:

б) $x - 15 = x$ — в левой части уравнения всегда получится число, на 15 меньшее, чем в правой. Значит, данное равенство не будет верным ни при каких значениях x.

д) $x + 34 = x + 18$ — в левой части уравнения x увеличили на 34, а в правой — только на 18. Значит, в левой части уравнения всегда будет число на $34 - 18 = 16$ больше, чем в правой. Значит, данное равенство не будет верным ни при каких значениях x.

Задание направлено на повторение и обобщение знаний детей об уравнении и его решении, о свойствах арифметических действий, определении умножения, а также на совершенствование навыка решения уравнений.

Задание способствует развитию логического мышления, умения выполнять классификацию по заданному признаку, формированию умения рассуждать, использовать теоретические знания для решения практических задач и обоснования собственных выводов. Работа над заданием приучает детей к мысли, что решить задачу — это не значит обязательно получить конкретный ответ. Обоснованный вывод о том, что задача решений не имеет, также является решением. К тому же задача может иметь бесконечное множество решений, и получить ответ, выраженный конкретным числом, в этом случае также нельзя. Понимание этих фактов является важным элементом математической культуры учащихся.

2 Рассуждения могут быть следующими.

а) По определению умножения $4 \cdot x$ — это x слагаемых 4, то есть нужно узнать, сколько раз должно быть повторено слагаемым число 4, чтобы получилось 16. Дети уже знают таблицу умножения на 3. Поэтому учитель должен подвести их к мысли, что начинать перебор с двойки нерационально. Известно, что $4 \cdot 2 = 8 < 16$ и $4 \cdot 3 = 12 < 16$.

Пробуем $x = 4$. $4 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3 + 4 = 16$. $16 = 16$ — равенство верное. Значит, $x = 4$.

б) По определению умножения $x \cdot 5$ — это 5 слагаемых x. Значит, нужно найти, какое число должно быть повторено слагаемым 5 раз, чтобы получилось 20. Известно, что $3 \cdot 5 = 15 < 20$. Значит, искомое число больше 3. Пробуем 4. $4 \cdot 5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 4 + 4 = 16 + 4 = 20$ (значение произведения $4 \cdot 4$ детям известно из задания *а*). $20 = 20$ — равенство верное. Значит, $x = 4$.

Задание направлено на повторение определения умножения и способа конструирования таблицы умножения; содержит пропедевтику таблицы умножения на 4. Усвоение способа конструирования таблицы умножения очень важно, так как это позволяет запоминать таблицу не механически, а сознательно, и если какое-то равенство забылось, воссоздать его. Задание направлено на развитие логического мышления, умения пользоваться математической теорией для решения практических задач.

3 а) $12 : a$ — стоит одна тетрадь.

a	2	3
$12 : a$	6	4

б) $5 \cdot a$ — стоят все тетради.

a	2	3
$5 \cdot a$	10	15

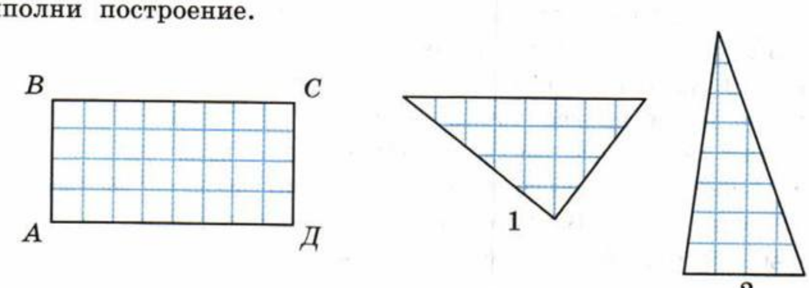
в) $(5 + a) \cdot 2$ — столько денег потратила Катя.

a	2	3
$(5 + a) \cdot 2$	14	16

Подобные задания весьма полезны для пропедевтики алгебраического материала, в частности, пропедевтики решения задач уравнением. Они помогают осознать, что с буквами в математике можно выполнять те же действия, что и с числами, а это наиболее трудный момент в изучении алгебры. Кроме того, буквенное выражение является достаточно абстрактной моделью описанной в задаче ситуации. Работа с такими моделями способствует развитию логического, абстрактного мышления.

Обозначение геометрических фигур буквами

1 Выполни построение.



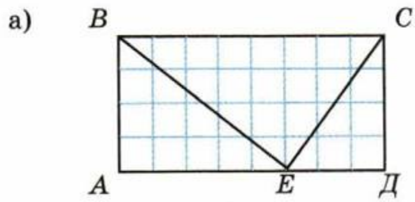
а) Поставь на стороне $АД$ точку E так, чтобы, соединив её с точками B и C, получили треугольник BCE такой же, как и треугольник 1. Выпиши остальные полученные треугольники.

б) Поставь на стороне AB точку K так, чтобы, соединив её с точками C и $Д$, получили треугольник такой же, как и треугольник 2. Выпиши, какие треугольники получились.

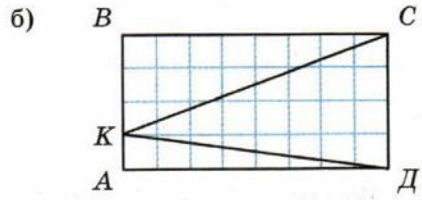
Чтобы правильно выполнить задание, учащиеся должны мысленно достроить треугольники до прямоугольника. Это позволит им заметить, что точку E нужно ставить через 5 клеток от точки A, а точку K — через 1 клетку от точки A или от точки B.

Задание направлено на формирование навыка обозначения геометрических фигур буквами; развитие геометрического, конструктивного мышления;

формирование умения соотносить форму и размер частей и целого. Задание способствует развитию как наглядно-образного, так и абстрактного мышления, воображения, внимания. В случае возникновения затруднений учитель может предложить ученикам достроить треугольники до прямоугольников, обозначить буквами соответствующие вершины, проанализировать чертёж и сделать необходимые выводы.

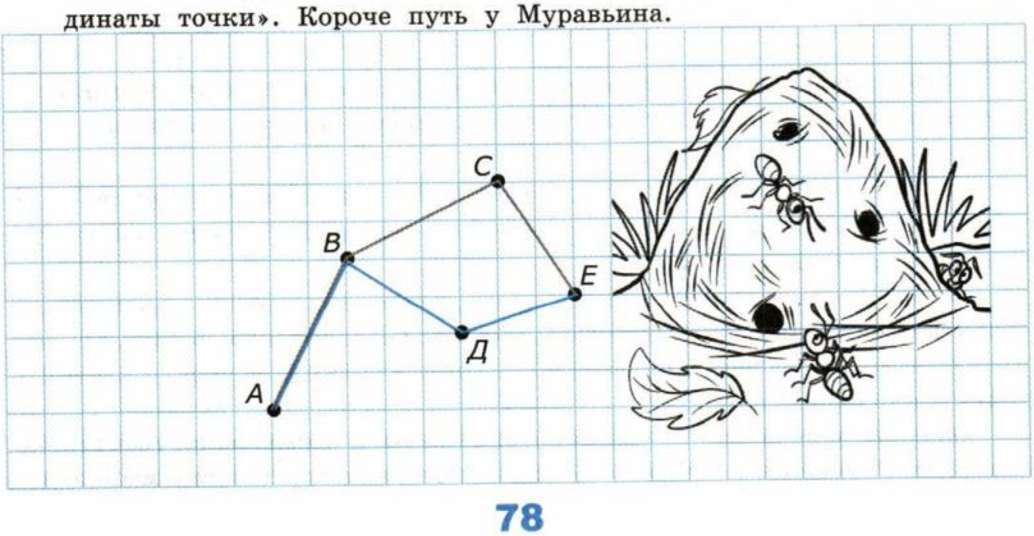


ВСЕ, СДЕ, ЕАВ



КСД, ДКА, КВС

2 Задание направлено на формирование умения находить геометрические объекты по их буквенному обозначению, обозначать геометрические фигуры буквами. Задание способствует формированию и совершенствованию измерительных и чертёжных навыков, умению ориентироваться на плоскости, видеть отношения «выше — ниже», «правее — левее», развитию анализа, практического и наглядно-образного мышления. Для того чтобы начертить в тетради требуемые ломаные, учащиеся должны проанализировать расположение точек относительно друг друга. Так, точка *В* находится на 4 клетки выше и на 2 клетки правее точки *А*, точка *Д* — на 2 клетки ниже и 3 клетки правее точки *В*, точка *С* — на 2 клетки выше и на 4 клетки правее точки *В*, точка *Е* — на 1 клетку выше и на 3 клетки правее точки *Д*. Ответ на вопрос задачи получается путём непосредственного измерения длин звеньев ломаных и сложения этих длин. Задание содержит пропедевтику понятия «координаты точки». Короче путь у Муравьина.



Повторение и закрепление

1 Решение задачи оформлено в виде таблицы.

Действия	Результат	
	9-литровый сосуд	4-литровый сосуд
1. Наполнить 9-литровый сосуд	9 л	0 л
2. Наполнить из 9-литрового сосуда 4-литровый сосуд	5 л	4 л
3. Вылить воду из 4-литрового сосуда в бак	5 л	0 л
4. Наполнить из 9-литрового сосуда 4-литровый сосуд	1 л	4 л
5. Вылить воду из 4-литрового сосуда в бак	1 л	0 л
6. Перелить оставшуюся воду из 9-литрового сосуда в 4-литровый	0 л	1 л
7. Наполнить 9-литровый сосуд	9 л	1 л
8. Долить 4-литровый сосуд из 9-литрового до полного	9 − 3 = 6 л	1 + 3 = 4 л

В 9-литровом сосуде осталось 6 л воды, что и требовалось получить.

Задание способствует развитию логического, алгоритмического, практического мышления, находчивости, сообразительности. Выполняя такие задания, дети учатся составлять алгоритмы, знакомятся с одним из способов записи алгоритмов — табличным.

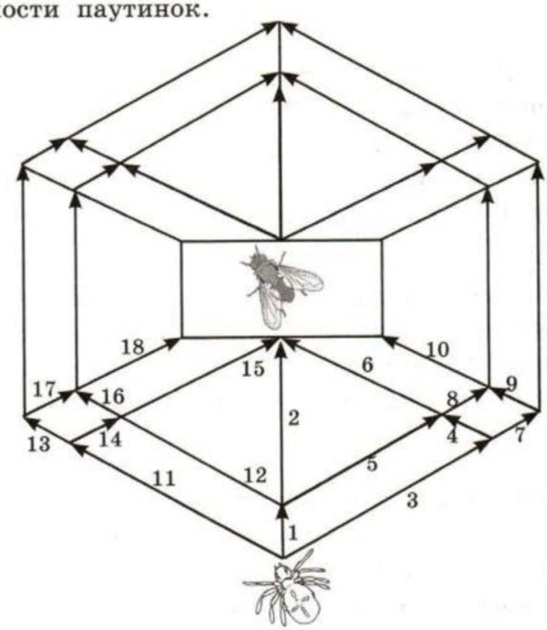
2 Необходимо нарисовать дорожку от зайца до леса, передвигаясь по клеточкам с числами, соответствующими ответам примеров. В результате должна получиться ломаная, состоящая только из вертикальных или горизонтальных звеньев, которые соединяют нужные числа, не проходя ни через какие другие. Правильное решение:

Задание направлено на повторение табличного деления на 2 и на 3; развитие логического мышления; формирование умения планировать свои действия, просчитывать ситуацию. Дети должны не только правильно решить примеры, ответы которых составляют ключ, но и выбрать число в таблице с учётом ответов последующих примеров. Так, 15 : 3 = 5, а 6 : 2 = 3. Нужно выбрать такую 5 в таблице, рядом с которой была бы 3. А рядом с 3 должна быть 1. Но рядом с обеими 3, стоящими возле подходящей 5, есть 1. Поэтому прежде чем рисовать дорожку, нужно решить следующий пример и учесть его результат в своих действиях. 21 : 3 = 7. Выбирается тот путь, который ведёт от 5 через 3 и 1 к 7. Далее ломаная пойдёт к 9 и к 5.

3 В момент встречи велосипедисты будут на одинаковом расстоянии от пункта А.

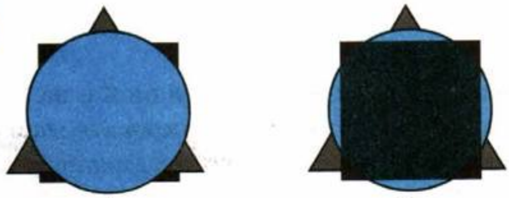
Задание направлено на развитие сообразительности, логического мышления, находчивости.

4 Для удобства пронумеруем те паутинки, которые могут привести паука к мухе, и запишем различные маршруты паука в виде последовательности паутинок.



Задание направлено на развитие внимания, наблюдательности, умения ориентироваться на плоскости.

5



а)   б)

Ещё возможны следующие комбинации:

Внизу	В середине	Вверху
круг	треугольник	квадрат
квадрат	круг	треугольник
круг	квадрат	треугольник
треугольник	квадрат	круг

Задание направлено на развитие пространственного мышления, умения графически изображать заданные пространственные отношения; формирование умений решать комбинаторные задачи методом перебора, правильно организовывать перебор, чтобы ни одна комбинация не потерялась и ни одна не была повторена дважды. Детям целесообразно предложить сформулировать принцип, по которому они будут осуществлять поиск всех возможных комбинаций, и оформить результаты перебора в виде таблицы.

Принцип организации перебора может быть, например, таким. Сначала определяем фигуру, которая будет в середине, и перебираем все возможные комбинации других фигур. Таких комбинаций две. Например, если треугольник в середине, то сверху может быть круг, а внизу — квадрат, или наоборот. Потом определяем следующую фигуру, которая будет находиться в середине, и т.д. Задание способствует формированию умения планировать свои действия, рационально организовывать свой труд.

Умножение и деление на 4

1 Если наполнить все банки меньшей ёмкости, то будет израсходовано $29 - 2 = 27$ (л) воды. $27 = 3 \cdot 9$. Значит, 27 делится на 3 и на 9. Следовательно, или наполнили 3 9-литровые банки, или 9 3-литровых банок.

Аналогично, $29 - 1 = 28$. $28 = 4 \cdot 7$. Значит, 28 делится на 4 и на 7. Значит, получили 4 7-литровые банки или 7 4-литровых банок. Можно рассмотреть и возможность, возникающую из делимости 28 на 2. Это не табличное деление, и учитель должен помочь учащимся исследовать этот случай. $28 = 14 + 14$ — заменим сумму одинаковых слагаемых произведением. $28 = 14 + 14 = 14 \cdot 2$. Значит, 28 делится на 14 и на 2. Следовательно, могли быть наполнены 2 14-литровые банки или 14 2-литровых банок. Исследуем все возможные случаи. Банки меньшей ёмкости могут быть либо 3-литровыми, либо 9-литровыми. Исходя из этого, банки большей ёмкости не могут быть 2-литровыми, так как $2 < 3$ и $2 < 9$. Нам известно, что ёмкость больших банок на 1 л больше ёмкости меньших банок. Следовательно, ёмкость больших банок не может быть 14 л и 7 л, так как 7 и 14 не больше на 1 ни 3, ни 9. Значит, условиям задачи удовлетворяют ёмкость маленьких банок — 3 л и ёмкость больших банок — 4 л.

Итак, из бочки можно наполнить 9 3-литровых банок или 7 4-литровых.

Задача направлена на закрепление знаний таблицы умножения и деления на 3 и на 4, умение работать с определением умножения. Задание способствует развитию логического мышления, формированию умений анализировать, рассуждать, делать выводы, использовать имеющиеся теоретические знания для решения новых учебных задач, находить и исследовать все возможные варианты решения, соотносить результаты с условием и выбирать верный ответ, аргументированно обосновать полученный результат.

2 а) $x \cdot 4 > 3 \cdot x$, так как $3 \cdot x = x \cdot 3$ — три слагаемых x, а $x \cdot 4$ — четыре слагаемых x. Скорее всего, дети придут именно к такому выводу. Необходимо попросить их подумать, для любых ли чисел сумма четырёх одинаковых слагаемых больше суммы трёх таких же слагаемых. В результате совместного обсуждения учащиеся должны прийти к выводу, что это неверно в случае, если $x = 0$, так как сумма любого количества нулей — это 0. Для $x = 0$, $x \cdot 4 = 3 \cdot x$. Поэтому в общем случае нужно поставить знак «больше или равно»: $x \cdot 4 \geq 3 \cdot x$.

б) $x \cdot 2 + 3 < x + x + 5$, так как $x + x + 5 = x \cdot 2 + 5$ — первые слагаемые в сравниваемых суммах одинаковые, а второе слагаемое в сумме, стоящей слева (3), меньше второго слагаемого в сумме, стоящей справа (5).

в) $x \cdot 3 + x \cdot 2 = x \cdot 4 + x$, так как $x \cdot 3 + x \cdot 2 = (x + x + x) + (x + x) = x \cdot 5$ и $x \cdot 4 + x = (x + x + x + x) + x = x \cdot 5$.

г) $3 \cdot x \leq x \cdot 5$ — объяснение аналогично примеру *а*).

Задание направлено на закрепление и обобщение знания определения умножения, умения пользоваться этим определением, развитие логического, абстрактного мышления, формирование умения аргументированно обосновывать свои выводы с использованием математической теории. Задание содержит пропедевтику алгебры, в частности работы с многочленами.

3 Так как △ белого цвета, то им зашифрована цифра, обозначающая нечётное число. Больше 1, но меньше 4, это 2 или 3. Из них нечётным является — 3. Значит, белый △ — это 3.

Так как □ голубого цвета, то им зашифрована цифра, обозначающая чётное число. Произведение двух одинаковых чисел равно 4, это $2 \cdot 2$, или 9, это $3 \cdot 3$. (Случаи умножения на 1 и на 0 ещё не изучены.) При умножении одинаковых чисел, больших 3, получается двузначное число. Из двух подходящих произведений чётным является 4. Значит, голубой □ — это 4.

Так как ○ голубого цвета, то это цифра, обозначающая чётное число. Чётное однозначное число, делящееся на 3, — это 6. (Случай деления 0 на число ещё не изучен.) Значит, голубой ○ — это 6.

Так как голубого цвета, то это цифра, обозначающая чётное число. Больше 6, но меньше 10 могут быть числа 7, 8 и 9. Из них чётным является только 8. Значит, голубой — это 8.

Получаем: $34 + 68 - 43 = 59$.

Задание направлено на развитие логического мышления, внимания, формирование умения анализировать имеющуюся информацию и извлекать из неё новую информацию путём рассуждений. Задание способствует обобщению знаний о чётных и нечётных числах, формированию вычислительных навыков, воспитанию интереса к предмету.

4 а) $8 \cdot 4 = 8 + 8 + 8 + 8 = 8 \cdot 3 + 8 = 24 + 8 = 32$.

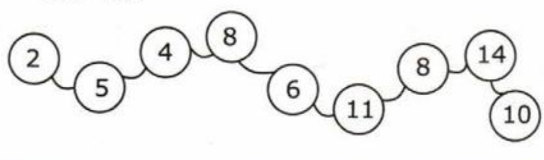
б) $4 \cdot 7$, так как $8 \cdot 4 = 4 \cdot 8 = 32$, то сумма восьми 4 равна 32. $4 \cdot 7$ — сумма семи 4. Значит, $4 \cdot 7 = 32 - 4 = 28$.

в) $5 \cdot 4 = 5 + 5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 + 5 = 15 + 5 = 20$.

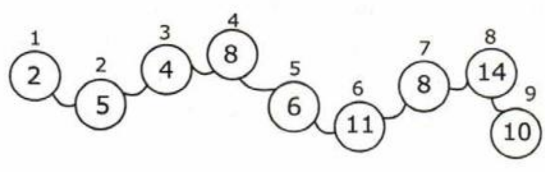
г) $4 \cdot 12 = (4 + 4 + 4 + 4 + 4) + (4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 7 = 20 + 28 = 48$.

Задание направлено на формирование умения конструировать таблицу умножения; на запоминание таблицы умножения на 4 без её механического заучивания, на развитие логического мышления, формирование умений рассуждать, пользоваться теоретическими знаниями для решения практических задач, формирование математической и вычислительной культуры учащегося.

5 Закономерность расположения чисел здесь следующая. 2 — чётное число. К нему прибавляется 3. ($5 = 2 + 3$). Следующее чётное число — 4. К нему прибавляется на 1 больше, чем к первому чётному числу, то есть 4 ($8 = 4 + 4$). Следующее чётное число 6. К нему прибавляется на 1 больше, чем в предыдущем случае, то есть 5. ($11 = 5 + 6$). В следующем шаре должно быть чётное число, следующее за 6. Это 8. В предпоследнем шаре число будет получаться прибавлением к восьми шести (так как 6 на 1 больше, чем 5) $8 + 6 = 14$. В последнем шаре будет чётное число, следующее за 8, — это 10.



Данную закономерность можно описать по-другому. Пронумеруем шары слева направо.



В шарах с нечётным номером стоят чётные числа по порядку, начиная с 2. В первом шаре с чётным номером — 5, в остальных шарах с чётным номером числа получаются прибавлением 3 к числу, стоящему в предыдущем чётном шаре.

В соответствии с этим в последних трёх шарах будут числа: 8, 14, 10.

Задание направлено на развитие логического мышления, внимания, таких мыслительных операций, как анализ, синтез, обобщение, формирование умений выявлять закономерность, описывать её различными способами, составлять числовой ряд в соответствии с выявленной закономерностью.

6 $(4 \cdot 4 + 4) : 4 = 5$ $\qquad$ $4 + 4 + 4 - 4 = 8$

$(4 + 4) : 4 + 4 = 6$ $\qquad$ $(4 \cdot 4 - 4) : 4 = 3$

Задание направлено на повторение таблицы умножения на 4, развитие смекалки, формирование вычислительных навыков, развитие математической интуиции, воспитание интереса к предмету.

7 Рассуждения могут быть, например, такими.

Произведение всегда делится на каждый из множителей. Так, если значение произведения $a \cdot 2$ разделить на 2, то получится a. Так как $a \cdot 2$ делится на 2, то $a \cdot 2$ — чётное число, независимо от того, чему равно a.

Значение произведения $a \cdot 3$ может быть как чётным, так и нечётным числом, в зависимости от того, чему равно a. Так, если $a = 2$, то $a \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$ — чётное число, если $a = 3$, то $a \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9$ — нечётное число. Можно заметить, что $a \cdot 3$ будет чётным в том случае, если a — чётное число, и нечётным, если a — нечётное число.

Значение суммы $a + 1$ также может быть как чётным, так и нечётным числом в зависимости от того, чему равно a. Так как в натуральном ряду чётные и нечётные числа чередуются и $a + 1$ — число, непосредственно следующее за a, то если a — чётное, то $a + 1$ — нечётное число, если же a — нечётное число, то $a + 1$ — чётное число. Например, если $a = 2$, то $a + 1 = 2 + 1 = 3$ — нечётное число; если же $a = 3$, то $a + 1 = 3 + 1 = 4$ — чётное число.

Так как $a \cdot 2$ — чётное число, $a \cdot 2 + 1$ — число, непосредственно следующее за $2 \cdot a$, то $a \cdot 2 + 1$ — нечётное число.

Итак: 1) выражения, значение которых всегда чётно: $a \cdot 2$;

2) выражения, значение которых всегда нечётно: $a \cdot 2 + 1$;

3) выражения, значение которых может быть как чётным, так и нечётным: $a \cdot 3$; $a + 1$.

Задание направлено на развитие логического и абстрактного мышления, формирование умений рассуждать в общем виде, доказательно и аргументированно излагать свои мысли, строить дедуктивные умозаключения. Задание способствует обобщению знаний о чётных и нечётных числах, содержит пропедевтику алгебры.

Порядок выполнения действий

1 Выражения должны быть составлены по следующей схеме:

а) $(\square + \square) : (\square - \square)$ б) $(\square + \square : \square) \cdot \square$

При составлении выражений учащиеся должны учитывать, что числа нужно подбирать так, чтобы действия были выполнимы: уменьшаемое было больше вычитаемого, делимое делилось на делитель без остатка.

Задание творческое. Каждым школьником будет предложен свой вариант примера, который он должен «защитить»: доказать, что выражение соответствует условию и его значение может быть посчитано.

Задание способствует обобщению знаний детей о порядке выполнения действий, формированию вычислительных навыков. Задание направлено на развитие логического мышления, воспитание активной позиции в обучении, самостоятельности, формирование навыка самоконтроля, умения аргументированно обосновывать свои действия.

2 а) $(31 - 15) : 2 + 2 > (31 - 15) : (2 + 2)$

При одинаковом делимом частное тем больше, чем меньше делитель. Следовательно, частное в левой части больше частного в правой части. Большее частное в левой части ещё увеличено на 2. Значит, значение выражения в левой части больше значения выражения в правой части.

б) $(13 + 5) \cdot 2 + 2 < (13 + 5) \cdot (2 + 2)$

Согласно определению умножения $(13 + 5) \cdot 2 = 18 \cdot 2 = 18 + 18$. В левой части мы имеем сумму двух слагаемых 18 и числа 2. В правой части — четыре слагаемых 18. Очевидно, что значение выражения в левой части меньше значения выражения в правой части.

При проверке выводов вычислениями значения произведений находят с помощью замены умножения сложением одинаковых слагаемых.

Задание направлено на развитие математической интуиции, логического мышления, формирование умений выдвигать гипотезы, обосновывать их дедуктивным методом. Задание способствует развитию вычислительных навыков, обобщению знаний определения умножения, зависимости результата и компонентов действий умножения и деления, повторение табличных случаев деления.

3 В примере *а*) вместо звёздочки должно быть число, делящееся на 3. При этом частное должно быть меньше 6. (Случай деления 0 на число ещё не изучен.) Значит, частное может быть равно 5, 4, 3, 2, 1. В результате вычитания из 6 частного должно получиться число, делящееся на 2. Исходя из этого соображения, частное может быть равно 2. (Частное может быть равно и 4, но деление вида $a : a$ ещё не рассматривалось.) Чтобы частное $* : 3$ равнялось 2, вместо звёздочки должно быть 6. Итак, получаем пример: $(6 - 6 : 3) : 2$.

В примере *б*) в скобках получается 9. Значит, вместо звёздочки должно быть число, на которое делится 9. Причём частное должно быть больше 2. Учитывая, что деление вида $a : 1$ ещё не рассматривалось, вместо звёздочки должно стоять число 3. Получаем пример: $(4 \cdot 4 - 7) : 3 - 2$.

Задание направлено на развитие математической интуиции, логического мышления, повторение изученных случаев табличного умножения и деления, знаний о порядке выполнения действий.

4 После того как со второго куста улетело 2 воробья, осталось $16 - 2 = 14$ воробьёв. Когда с первого куста на второй перелетело 5 воробьёв, на каждом кусте оказалось по $14 : 2 = 7$ воробьёв. Значит, до этого на первом кусте было $7 + 5 = 12$ воробьёв, а на втором — $7 - 5 = 2$ воробья. Следовательно, до того, как улетело 2 воробья со второго куста, было $2 + 2 = 4$ воробья на втором кусте и 12 воробьёв на первом кусте.

Задание направлено на формирование умения решать текстовые задачи, развитие логического мышления. Задание не относится конкретно к этой теме, поэтому может быть использовано на других занятиях.

Повторение и закрепление

1 Очевидно, что в данном задании ответ будет чётным числом при любом значении a, так как в случае получения нечётного числа его нужно умножить на 2, а результат записать в ответ.

Это числа 6, 14, 8, 18.

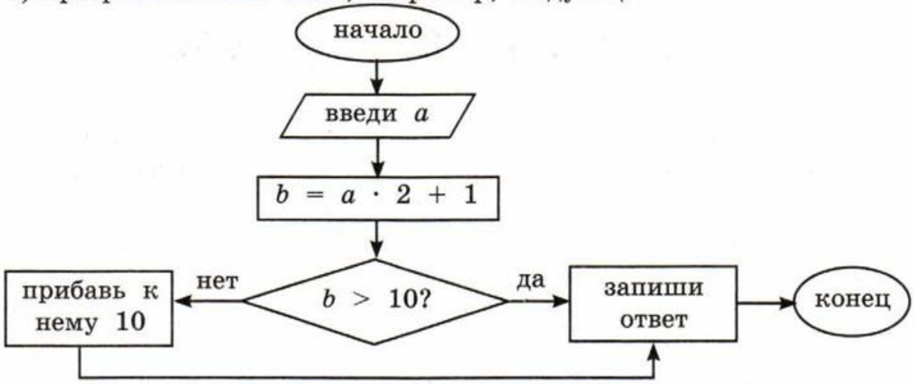
Задание направлено на развитие алгоритмического мышления, повторение изученных случаев табличного умножения, обобщение знаний о чётных и нечётных числах, формирование умения аргументированно обосновывать свои выводы. Задание содержит пропедевтику понятия «алгоритм», способа записи алгоритма с помощью блок-схемы.

2 Число 5 получилось после того, как от некоторого числа отняли 4. Очевидно, что это число было 9, так как $5 = 9 - 4$. 9 получилось после того, как некоторое число разделили на 2, $9 = 18 : 2$. Значит, этим числом было 18. 18 получилось после умножения некоторого числа на 3. Это число 6, так как $18 = 6 \cdot 3$. 6 получилось после прибавления к задуманному числу 1. Задуманное число 5, так как $6 = 5 + 1$.

Это текстовая задача, решаемая «с конца». Такие задания способствуют развитию логического мышления и формированию навыка решения текстовых задач. Решая задачу, дети повторяют таблицу умножения на 2 и на 3.

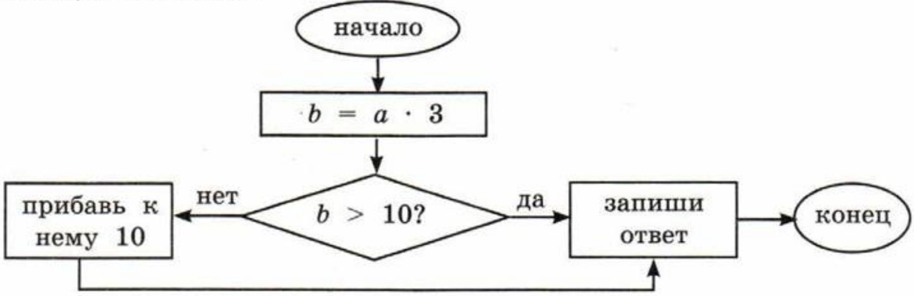
3 а) Программа может быть такой:

б) Программа может быть, например, следующей:



Число b будет нечётным, так как $a \cdot 2$ — чётное число, а b — непосредственно следующее за ним число. Сумма нечётного числа и 10 — число нечётное, большее 10.

в) Это задание является самым сложным. Типичной ошибкой здесь может быть следующая схема:

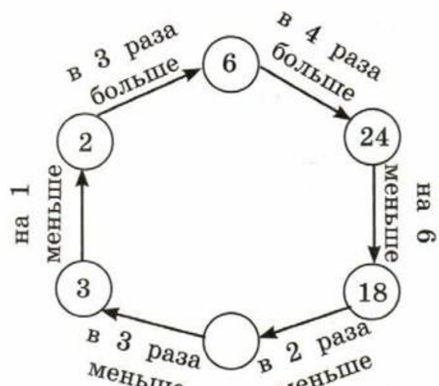


Эта схема будет выдавать требуемый результат только в том случае, если ответ на вопрос, стоящий в ромбе, положительный. В противном случае сумма числа, делящегося на 3 и 10, будет числом, не делящимся на 3. В данном случае прибавлять нужно не 10, а число, делящееся на 3. Минимальное количество шагов при этом будет выполнено, если прибавить 9, или число, делящееся на 3, большее 9. Прибавление 9 обеспечит требуемый результат, так как минимальное число, делящееся на 3 (это 3), в сумме с 9 даёт число, большее 10. (Умножение 0 ещё не изучено.)

Задание направлено на развитие алгоритмического мышления, повторение изученных случаев умножения, обобщение знаний о нечётных и чётных числах. Это творческое задание. Оно способствует воспитанию активной позиции в обучении, интереса к математике, самостоятельности, инициативности, развитию математической интуиции, смекалки, логического мышления. Целесообразно, чтобы школьники не только выполнили задание, но и «защитили» свои проекты. Это будет способствовать развитию речи, формированию умения аргументированно и доказательно излагать свои мысли, обосновывать свои действия.

В ... больше. В ... меньше

1 Задание интересно тем, что заполнять пустые круги нужно в обе стороны от числа 24. При заполнении кругов по часовой стрелке рассуждения строятся просто. Число, на 6 меньшее, чем 24, — это 18. Число, в 2 раза меньшее 18, — это 9. Число, в 3 раза меньшее 9, — это 3. Дальше рассуждать таким образом невозможно, так как над следующей стрелкой ничего не написано. Тогда начинаем заполнять круги против часовой стрелки от числа 24. Число, больше которого 24 в 4 раза, — это 6. Число, больше которого 6 в 3 раза, — это 2. Соответственно, над стрелкой должна стоять надпись «на 1 меньше». Итак, ответ будет выглядеть следующим образом.



Задание направлено на формирование умения увеличивать и уменьшать в несколько раз и на несколько единиц, разграничивать эти понятия. Выполняя задание, дети решают как прямую, так и косвенную задачу: находят результат увеличения или уменьшения числа в несколько раз (на несколько единиц) и находят исходное число по результату его увеличения (уменьшения) в несколько раз (на несколько единиц). Решение косвенных задач эффективно для развития мышления и внимания учащихся. Работа над заданием позволяет повторить изученные случаи табличного умножения и деления.

2 а) Число 71 получается при сложении 29 и 42. Значит, произведение $\square \cdot 7$ равно 42. Следовательно, в «окошко» нужно вставить цифру 6, $6 \cdot 7 + 29 = 71$ — верно.

б) Разность $(3\square - 11)$ должна делиться на 6. Перебираем все возможные варианты ($30 - 11 = 19$ — не делится на 6, $31 - 11 = 20$ — не делится на 6, ... $39 - 11 = 28$ — не делится на 6), получаем единственно возможный случай $35 - 11 = 24$ — делится на 6. В первое «окошко» вставляем цифру 5. $24 : 6 = 4$ — во второе «окошко» вставляем цифру 4. $(35 - 11) : 6 = 4$ — верно.

в) Сумма $(34 + 1\square)$ должна делиться на 7. Аналогично примеру *б)* перебираем все возможные варианты и получаем единственно возможный случай $34 + 15 = 49$ — делится на 7. Итак, в первое «окошко» вставляем цифру 5, $(34 + 15) : 7 = 7$. Число, оканчивающееся двойкой, получается только при сложении 7 с числом, оканчивающимся пятёркой. Во второе «окошко» нужно вставить 5, $25 + 7 = 32$. В последнее «окошко» вставляем 3.

$(34 + 15) : 7 + 25 = 32$ — верно.

г) 24 делится на 2, 3, 4, 6 и 8.

Мы имеем сумму $24 : \square \cdot 7$ и $1\square$, равную 69. Так как второе слагаемое в этой сумме $1\square$ не больше 19, то первое слагаемое $24 : \square \cdot 7$ не меньше 50. Так как второе слагаемое $1\square$ не меньше 10, то первое слагаемое $24 : \square \cdot 7$ не больше 59.

Произведение числа на 7, которое не больше 59 и не меньше 50, — это $7 \cdot 8 = 56$ ($7 \cdot 7 = 49 < 50$; $7 \cdot 9 = 63 > 59$). Значит, частное $24 : \square$ равно 8. Тогда в первом «окошке» будет 3. Так как первое слагаемое $24 : 3 \cdot 7 = 56$, то второе слагаемое будет 13. Во второе «окошко» вставляем 3. $24 : 3 \cdot 7 + 13 = 69$ — верно.

Задание направлено на развитие логического мышления школьников. При решении задания используется как дедуктивный, так и индуктивный способы рассуждения, школьники выдвигают гипотезы, аргументируют их целесообразность, проверяют их. Задание позволяет повторить изученные случаи табличного умножения и деления, содержит пропедевтику понятия двойного неравенства и решения уравнения.

3 а) Было число 2, так как это единственное чётное число, которое при умножении на 3 даёт однозначное число. (Возможен ответ 0, но умножение 0 на число ещё не изучено.) Соответственно, увеличив 2 в 3 раза, получили 6.

б) Нечётное число, большее 10, но меньшее 20, которое можно уменьшить в 3 раза, то есть которое делится на 3, — это 15. Следовательно, дано число 15. Уменьшив его в 3 раза, получили число 5.

в) Первоначальное число 2, так как это единственное чётное число (кроме 0), которое после умножения на 2 и последующего прибавления 3 даст однозначное число ($2 \cdot 2 + 3 = 4 + 3 = 7$). Увеличив 2 в 2 раза, а потом, увеличив результат на 3, получили 7.

г) Первоначальное число 6, так как это единственное число (кроме 0) из чётных однозначных чисел, которое при умножении на 2 даст результат, делящийся на 3 ($6 \cdot 2 = 12$), 12 делится на 3 ($6 \cdot 2 : 3 = 4$). Получили число 4.

д) Первоначальное число 5, так как это единственное из нечётных однозначных чисел, которое при умножении на 4 и вычитании из результата 5 даёт нечётное число, большее 10, но меньшее 20 ($5 \cdot 4 - 5 = 15$, $10 < 15 < 20$). Получили число 15.

Задание направлено на обобщение и закрепление знаний о чётных и нечётных числах, формирование понятий «увеличить в ... раз», «уменьшить в ... раз», формирование умения разделять понятия «в ... больше» — «на ... больше», «в ... меньше» — «на ... меньше», повторение изученных случаев табличного умножения и деления. Задание способствует развитию логического мышления, формированию умения строить рассуждения как дедуктивным, так и индуктивным способом (в задании используется метод полной индукции), аргументированно и доказательно обосновывать свои выводы, проверять выдвинутые гипотезы. Задание полезно с точки зрения развития речи, внимания, математической интуиции и смекалки, воспитания интереса к предмету, активизации познавательной деятельности учащихся.

Табличное умножение и деление на 5

1. Юра с друзьями съели $17 - 2 = 15$ конфет. $15 = 3 \cdot 5$, следовательно, 15 делится на 3 и на 5. Значит, конфеты могли съесть поровну или 3, или 5 человек. Так как один из них — Юра, то друзей было либо $3 - 1 = 2$ человека, либо $5 - 1 = 4$ человека. (Деление вида $a : a$ ещё не изучено.)

Задание направлено на формирование умения решать текстовую задачу, на повторение табличного умножения и деления на 3 и на 5. Это задача с неоднозначным ответом. Работа с такими заданиями приучает школьников думать над конкретной задачей, не пытаясь подобрать изученный ранее способ решения некоторой «типовой» задачи. Дети учатся находить все решения задачи, обосновывать их, что способствует развитию логического мышления и математической культуры.

2. Так как известно, что первое слагаемое больше второго, то 10 можно представить как сумму: 9 и 1, 8 и 2, 7 и 3, 6 и 4.

Так как первое слагаемое в несколько раз больше второго, то должно существовать такое число, которое при умножении на меньшее слагаемое даст большее слагаемое. Из выписанных пар этому условию удовлетворяет пара 8 и 2, так как 8 больше 2 в 4 раза. (Условию удовлетворяет также пара 9 и

1, но деление на 1 ещё не изучено.) Итак, первое слагаемое — 8, второе — 2. $8 > 2$ — в 4 раза; $8 > 2$ — на 6 единиц.

Данное задание направлено на повторение понятия «в ... больше». Задание знакомит школьников с индуктивным способом рассуждения (методом полной индукции). Работа над заданием способствует развитию мышления, воспитанию общей математической культуры.

3 Из первого условия 1 следует, что кодовый номер шпиона — число, делящееся на 5. Причём результат деления этого числа на 5 больше 3, но меньше 8. Значит, кодовым номером шпиона могут быть числа 20, 25, 30, 35 ($20 : 5 = 4$, $3 < 4 < 8$; $25 : 5 = 5$, $3 < 5 < 8$; $30 : 5 = 6$, $3 < 6 < 8$; $35 : 5 = 7$, $3 < 7 < 8$). Второе условие утверждает, что кодовый номер шпиона — число чётное. Нужно проверить, какие из выписанных чисел являются чётными, то есть какие из них делятся на 2. Деление всех этих чисел на 2 не является табличным. Поэтому для проверки пользуемся определением деления и умножения. Так как $9 \cdot 2 = 18 < 20$, то при делении 20 на 2 должно получиться число, большее 9. Пробуем 10, $10 \cdot 2 = 10 + 10 = 20$. Значит, $20 : 2 = 10$. 20 делится на 2, 20 — чётное число. Исследуем делимость на 2 числа 25, $25 > 20$. Значит, при делении 25 на 2 должно получиться число, большее 10. Пробуем 12, $12 \cdot 2 = 12 + 12 = 24 < 25$. 12 — не является частным 25 и 2. Пробуем 13, $13 \cdot 2 = 13 + 13 = 26$, $26 > 25$. 13 — также не является частным 25 и 2. Значит, 25 не делится на 2, 25 — нечётное число. Аналогично убеждаемся, что частным 30 и 2 является число 15. Значит, 30 — чётное число. $17 \cdot 2 = 17 + 17 = 34 < 35$, $18 \cdot 2 = 18 + 18 = 36 > 35$. Значит, 35 — не делится на 2 и является нечётным числом. Итак, кодовый номер шпиона — 20 или 30.

Проверяем, какое из этих чисел удовлетворяет третьему условию. $20 \cdot 3 = 20 + 20 + 20 = 60$, $60 < 80$. Значит, 20 не может быть кодовым номером. $30 \cdot 3 = 30 + 30 + 30 = 90$, $80 < 90 < 100$. Итак, кодовый номер шпиона — 30.

Работая над заданием, дети повторяют табличное деление на 5, понятие чётного и нечётного числа, определение умножения и деления. В процессе работы школьники широко пользуются математической теорией, происходит актуализация ранее полученных знаний. Задание способствует развитию логического мышления, формированию умения рассуждать и обосновывать свои выводы, используя теоретические знания, воспитанию общей математической и вычислительной культуры, интереса к предмету.

4 Задача может быть решена различными способами.

Способ 1. Разделим монеты на 2 кучки по 4 штуки, и 1 монета останется.

Взвешивание 1. Положим на чаши весов по 4 монеты. Если весы в равновесии, то фальшивой является монета, не лежащая на весах. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета на той чаше, которая оказалась легче.

Взвешивание 2. Разделим монеты, среди которых фальшивая, на 2 кучки по 2 монеты и взвесим их. Фальшивая монета на той чаше, которая легче.

Взвешивание 3. Взвесим 2 монеты, среди которых фальшивая, положим их по одной на каждую чашу весов. Фальшивая та, которая легче.

Способ 2. Разделим монеты на 3 кучки по 3 монеты в каждой.

Взвешивание 1. Положим на чаши весов по 3 монеты. Если весы в равновесии, то фальшивая монета среди оставшихся трёх. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета на той чаше, которая легче.

Взвешивание 2. Выбираем те 3 монеты, среди которых находится фальшивая, берём 2 из них и взвешиваем. Если весы в равновесии, то оставшаяся монета фальшивая. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета та, которая легче.

Способ 3. Разделим монеты на 4 кучки по 2 штуки, и 1 монета останется.

Взвешивание 1. Положим на чаши весов по 2 монеты и взвесим. Если весы в равновесии, то фальшивой монеты среди этих четырёх штук нет. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета на той чаше, которая легче. В зависимости от результата этого взвешивания второе взвешивание будет разным.

Взвешивание 2 (вариант 1). Положим на чаши весов ещё по 2 монеты и взвесим их. Если весы в равновесии, то фальшивой является оставшаяся монета. Если весы не в равновесии, то фальшивая монета на той чаше, которая легче.

Взвешивание 2 (вариант 2). Берём 2 монеты, среди которых фальшивая, и взвешиваем их по одной. Фальшивая та, которая легче.

Взвешивание 3. Берём 2 монеты, среди которых фальшивая, и взвешиваем их по одной. Фальшивая та, которая легче.

Способ 4.

Взвешивание 1. Взвешиваем 2 монеты из имеющихся 9. Если весы не в равновесии, то фальшивая та, которая легче. Если весы в равновесии, то обе эти монеты не фальшивые. В этом случае берём любую из них и взвешиваем её по очереди с каждой из оставшихся, пока не обнаружим фальшивую монету. Очевидно, что максимальное количество взвешиваний, которое может быть сделано в этом случае, — 8, а минимальное — 1.

Наиболее рациональным является способ 2, так как он гарантирует обнаружение фальшивой монеты за два взвешивания.

Задача направлена на развитие логического и алгоритмического мышления, формирование умения планировать свои действия, находить наиболее оптимальный и рациональный способ выполнения поставленной задачи.

Табличное умножение и деление на 6

1 1) $2 \cdot 6 = 12$ бутылок — нужно для одного путешественника на всё путешествие.

2) $12 : 4 = 3$ (кг) — весят бутылки с водой, необходимые одному путешественнику.

3) $18 : 3 = 6$ раз по 3 кг может поднять шар помимо путешественников. Это запас воды для 6 друзей. Значит, 6 друзей отправляются путешествовать на воздушном шаре.

Задание направлено на формирование умения решать традиционные текстовые задачи, в том числе и задачи повышенной сложности. Работа над задачей формирует умение анализировать условие, устанавливать зависимость между данными и искомым, переводить заданные условием отношения на язык математических выражений.

2 а) Числа, делящиеся на 6, большие 20, но меньшие 50, — это 24, 30, 36, 42, 48. Из них 24 и 30 не удовлетворяют условию, так как делятся на 4 (24) и на 5 (30). $36 = 6 \cdot 6$ — нечётных делителей, больших 6, у числа 36 нет. $42 = 6 \cdot 7$ – 7 — нечётный делитель числа 42, больший 6. $48 = 6 \cdot 8$ — нечётных делителей, больших 6, у числа 48 нет. Всем условиям задачи удовлетворяет только число 42. Под маской совы число 42.

б) Двузначные числа, равные произведению двух одинаковых множителей, меньших 7, — это $16 = 4 \cdot 4$, $25 = 5 \cdot 5$, $36 = 6 \cdot 6$. Множители чётные у чисел 16 и 36. На 3 делится 6 и не делится 4. Значит, всем условиям задачи удовлетворяет только число 36. Под маской обезьяны число 36.

в) Наименьшая цифра, с которой может начинаться многозначное число, — это 1. Следовательно, речь идёт о двузначном числе, меньшем 20. Число делится на 2, 3, 6 и 9. Этим условиям удовлетворяет только число 18. Под маской тигра число 18.

Задание сочетает в себе дедуктивный и индуктивный способ рассуждений, способствует развитию логического мышления, позволяет повторить изученные случаи табличного умножения и деления, понятия чётного и нечётного числа.

Табличное умножение и деление на 7, 8, 9

1 Предположим, что ни один из множителей не больше 7. В этом случае значение произведения будет максимальным, если оба множителя равны 7. $7 \cdot 7 = 49$. В остальных случаях произведение будет меньше 49 и, следовательно, не больше 50. Значит, для того чтобы произведение было больше 50, необходимо, чтобы хотя бы один из множителей был больше 7.

При работе над заданием учащиеся учатся строить дедуктивные умозаключения, знакомятся со способом рассуждений «от противного». Задание способствует развитию логического мышления, приучает школьников к формулировке математических заданий с помощью слова «докажи».

2 Выражение, стоящее в скобках в первом примере, при делении на 8 даёт 8. Очевидно, что эта сумма равна 64: △○ + □△ = 64. Это сумма двух двузначных чисел, причём первая цифра первого слагаемого такая же, как вторая цифра второго слагаемого. Из второго и третьего примеров ясно, что и первое, и второе слагаемые равны произведению некоторых однозначных чисел на 8. Причём слагаемые меньше 64, так как их сумма равна 64. Вспоминаем таблицу умножения на 8 до случая $8 \cdot 8 = 64$.

$2 \cdot 8 = 16$ $3 \cdot 8 = 24$ $4 \cdot 8 = 32$ $5 \cdot 8 = 40$ $6 \cdot 8 = 48$ $7 \cdot 8 = 56$

Пары, у которых первая цифра первого числа равна второй цифре второго числа, — это 24 и 32, 40 и 24, 48 и 24. Из них в сумме дают 64 только пара 40 и 24. Тогда ○ — это 0, □ — это 2, △ — это 4. Итак, ▭ · 8 = 24, * · 8 = 40. Отсюда следует, что ▭ — это 3, * — это 5. Расшифровав примеры, получаем:

$(40 + 24) : 8 = 8$ $3 \cdot 8 = 24$ $5 \cdot 8 = 40$

Задание позволяет в увлекательной форме повторить табличные случаи умножения и деления на 8, способствует развитию логического мышления, формированию умения извлекать информацию из имеющихся данных, анализировать её, строить дедуктивные умозаключения, делать соответствующие выводы. Кодирование и декодирование — одни из основных видов работы с информацией, с которой учащиеся будут сталкиваться при изучении информатики. Следовательно, задание содержит пропедевтику обучения информатике.

3 В примере *а*) невозможно выполнить вычитание, так как $14 < 8 \cdot 7$. Для того чтобы все действия были выполнимы, скобки нужно поставить следующим образом:

$(14 - 8) \cdot 7 + 9 = 6 \cdot 7 + 9 = 42 + 9 = 51$.

Возможно другое решение:

$(14 - 8) \cdot (7 + 9) = 6 \cdot 16 = 16 \cdot 6 = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 96$.

В примере *б*) не выполнимо деление. Скобки нужно поставить так: $64 - (20 + 22) : 7 = 64 - 42 : 7 = 64 - 6 = 58$.

В примере *в*) нельзя разделить 3 на 5. Скобки нужно поставить следующим образом: $(6 \cdot 7 + 3) : 5 + 4 = (42 + 3) : 5 + 4 = 45 : 5 + 4 = 9 + 4 + 13$. Возможен другой вариант $(6 \cdot 7 + 3) : (5 + 4) = 45 : 9 = 5$.

В примере *г*) все действия выполнимы, скобки можно не ставить: $28 - 14 : 7 - 5 = 28 - 2 - 5 = 21$. Однако действия будут выполнимы и при постановке скобок следующим образом: $(28 - 14) : (7 - 5) = 14 : 2 = 7$. Возможно и такое решение: $28 - 14 : (7 - 5) = 28 - 14 : 2 = 28 - 7 = 21$.

Задание направлено на развитие логического мышления, на совершенствование вычислительных навыков, повторение изученных случаев табличного умножения и деления, развитие математической интуиции и смекалки, формирование навыка самоконтроля.

4 а) В правой части неравенства $9 \cdot 9 = 81$. Значит, $100 - x > 81$. Если от 100 отнять 19, то получится 81. Значит, чтобы разность $100 - x$ была больше 81, x должен быть меньше 19, то есть x может равняться 0, 1, 2, ..., 18.

б) $25 + 5 = 30$. 30 можно представить как $30 = 5 \cdot 6$. Тогда данное неравенство можно записать в виде: $5 \cdot x < 5 \cdot 6$ — в левой и правой частях неравенства стоят произведения, первые множители которых равны. Значит, чтобы произведение в левой части было меньше произведения в правой части, второй множитель этого произведения (x) должен быть меньше второго множителя произведения правой части (6). $x < 6$, то есть x может равняться 0, 1, 2, 3, 4, 5.

в) $30 : 5 = 6$. Тогда $x : 3 < 6$. Если $x = 18$, то $18 : 3 = 6$, значит, x должен быть числом, меньшим 18, делящимся на 3. Значит, x может равняться 15, 12, 9, 6. (Случаи $3 : 3$ и $0 : 3$ ещё не изучены.)

г) $6 \cdot 8 = 48$. Значит, $x - 13 > 48$. Если $x = 61$, то $61 - 13 = 48$. Чтобы разность стала больше при том же вычитаемом, уменьшаемое должно быть увеличено. Значит, x должен быть больше 61. Итак, x — любое число, большее 61. Таких чисел можно назвать сколько угодно много.

д) $42 : 7 = 6$. Тогда $x + 5 < 6$. Единственное число, удовлетворяющее этому неравенству, — это 0. $0 + 5 < 6$. Значит, $x = 0$.

е) $72 : 9 = 8$. $18 : x > 8$. x должен быть числом, на которое делится 18. Это 2, 3, 6, 9. Так как частное больше 8, то x может быть равен только 2 ($18 : 2 = 9 > 8$). (Случай деления на 1 ещё не изучен.)

Задание направлено на повторение и позволяет проверить сформированность знаний табличных случаев умножения и деления, знаний о связи между результатами и компонентами действий. Задание направлено на развитие логического мышления, речи, формирование навыков доказательной аргументации своих действий. Задание содержит пропедевтику решения неравенств, понятия области допустимых значений неравенства, знакомит со случаем бесконечного множества решений математической задачи.

Доли

1 а) Выделенный треугольник составляет 1/4 долю квадрата. Значит, его площадь составляет 1/4 долю площади квадрата. (Площадь треугольника равна площади квадрата, разделённой на 4.)

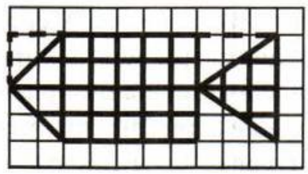
Выделенный прямоугольник составляет 1/4 долю прямоугольника и его площадь — это 1/4 доля площади прямоугольника (она равна площади прямоугольника, делённой на 4). У прямоугольника одна сторона равна стороне квадрата, а другая — больше стороны квадрата. Значит, площадь прямоугольника больше площади квадрата. Следовательно, и площадь 1/4 доли прямоугольника больше площади 1/4 доли квадрата. Итак, площадь выделенного прямоугольника больше площади выделенного треугольника.

б) Обе выделенные фигуры составляют 1/4 долю квадрата. Следовательно, их площади равны и равны площади выделенного треугольника. Соответственно, площадь выделенного прямоугольника из пункта *а*) больше площади каждой из фигур пункта *б*).

в) Прямоугольник, расположенный слева, составляет 1/4 долю прямоугольника. Следовательно, его площадь равна площади прямоугольника, делённой на 4. Эта фигура имеет такую же площадь, как и выделенный прямоугольник из пункта *а*). Прямоугольник, расположенный справа, составляет 1/3 долю прямоугольника. Его площадь равна площади прямоугольника, делённой на 3. Это больше, чем результат деления площади прямоугольника на 4. Следовательно, площадь этого выделенного прямоугольника больше, чем площадь выделенного прямоугольника, расположенного слева, и больше площадей всех остальных закрашенных фигур на рисунке.

Работа над заданием позволяет повторить и обобщить знания детей о долях и площадях фигур. Выполняя задание, дети усваивают тот факт, что величина доли зависит от величины объекта, который делили на равные части: доля большего объекта больше, чем та же самая доля меньшего объекта. Если же на равные части делили равные объекты, то доля тем больше, чем на меньшее количество частей был поделён объект. Задание развивает геометрическое и логическое мышление. Оно знакомит детей с тем фактом, что отношения равенства и равновеликости (в данном случае под равновеликостью понимается отношение «иметь равные площади») на множестве геометрических фигур неоднозначны. Равные площади могут иметь не только фигуры, не равные по своим линейным размерам, но даже разные по форме. Дети учатся тому, что в математике нельзя делать выводы только на основе зрительного восприятия. Так, например, площадь левого выделенного прямоугольника зрительно может показаться больше площади правого выделенного прямоугольника. Приучая школьников к мысли, что все выводы в математике должны быть обоснованы с помощью рассуждений, опирающихся на теоретические знания и результаты вычислений, учитель воспитывает у них математическую культуру, формирует математический стиль мышления, характеризующийся чёткостью, логичностью и доказательностью.

2 Фигура под буквой *а*) состоит из прямоугольника и двух треугольников. Площадь прямоугольника посчитать легко. По длине у него укладывается 5 клеток, а по ширине — 4 клетки. Значит, прямоугольник содержит 5 · 4 = 20 клеток. Для того чтобы посчитать площадь треугольников, проведём на чертеже дополнительные линии.



Мы видим, что первый треугольник (голова рыбы) может быть составлен из двух одинаковых треугольников, каждый из которых является половиной квадрата, вмещающего в себя 4 клетки. Значит, площадь каждого из этих треугольников равна 4 : 2 = 2, а площадь всего изображающего голову рыбы треугольника — 2 + 2 = 4.

Аналогично, каждый из треугольников, из которых может быть составлен хвост рыбы, является половиной прямоугольника, содержащего 3 · 2 = 6 клеток. Следовательно, площадь каждого из этих треугольников равна 6 : 2 = 3 клетки, а площадь хвоста рыбы 3 + 3 = 6 клеток. Тогда площадь всей фигуры равна 20 + 4 + 6 = 30 клеток.

В фигуре под буквой *б*) проведём дополнительные линии следующим образом.

Мы видим, что фигура может быть составлена из квадрата и четырёх одинаковых треугольников. Площадь квадрата равна 4 клеткам. Каждый треугольник может быть разбит на два одинаковых треугольника, являющихся половинами прямоугольника, площадью 2 клетки. Таким образом, площадь каждого треугольника, составляющего фигуру, равна 2 клеткам, а площадь всей фигуры равна 4 + 2 · 4 = 12 клеток.

Задание направлено на обобщение понятия площади, развитие геометрического мышления, внимания, таких мыслительных операций, как анализ, синтез, сравнение, на пропедевтику дробных чисел.

Круг. Окружность

1 Искомый круг будет являться вписанным в данный квадрат. Его центр будет точкой пересечения диагоналей или прямых, проходящих через середины сторон квадрата параллельно его сторонам. Радиус круга будет равен 2 см.

Задание направлено на развитие геометрического мышления детей, математической интуиции, смекалки. Решение задачи основано на догадке, опирающейся на анализ свойств данной и искомой фигур, и мысленном конструировании нужного изображения. В качестве обоснования решения школьники могут отметить тот факт, что диаметр круга, целиком помещающегося внутри квадрата, не может быть больше стороны квадрата, то есть 4 см. Следовательно, радиус не может быть больше 2 см. Можно предположить, что максимально возможный радиус будет равен 2 см. Центр круга должен находиться в центре квадрата. Задание позволяет формировать чертёжные навыки, навыки обращения с чертёжными инструментами (циркулем, линейкой). Содержит пропедевтику понятий «вписанная окружность», «радиус вписанной окружности», «центр вписанной окружности».

Квадратный дециметр и квадратный метр

1 Так как 1 клетка принимается за 1 м², то сторона клетки будет изображать 1 м. Изобразим участок, отведённый под зону отдыха, в виде квадрата со стороной 9 клеток.

Площадь квадратных участков, отводимых под посадку каштанов, равна 4 м². Так как $4 = 2 \cdot 2$, то сторона этих квадратов — 2 м, они будут изображаться квадратами со стороной 2 клетки. Отступив от каждого такого квадрата 1 клетку (ширина дорожки), изобразим лавки прямоугольниками, длина которых 3 клетки, а ширина — 1 клетка. А теперь изобразим пунктиром клумбу так, чтобы она занимала максимально возможную площадь. Мы видим, что она изобразилась прямоугольником со сторонами 5 клеток и 3 клетки, то есть под клумбу можно отвести прямоугольный участок земли со сторонами 5 м и 3 м. Площадь такого участка будет равна $5 \cdot 3 = 15$ м².

Задание направлено на формирование навыков планирования, чертёжных навыков, знакомство с понятиями «план местности», «масштаб», на повторение формулы площади прямоугольника, на формирование умения находить сторону квадрата по данной площади.

2 Очевидно, что площадь участка равна $4 \cdot 2 = 8$ м². На таком участке нельзя посадить две яблони, так как они займут площадь 6 м². Оставшейся площади (2 м²) хватит либо на то, чтобы посадить одну сливу, либо на то, чтобы посадить две вишни. В любом случае все виды деревьев на участке представлены не будут. Следовательно, на имеющемся участке посадим одну яблоню. Оставшаяся площадь будет равна $8 - 3 = 5$ м². Эти 5 м² между сливами и вишнями можно распределить по-разному.

Вариант 1. Можно посадить две сливы ($2 \cdot 2 = 4$ м²) и одну вишню (1 м²).

Вариант 2. Можно посадить три вишни (3 м²) и одну сливу (2 м²).

Других вариантов, при которых вся земля будет использована полностью, нет.

Задание направлено на развитие логического, рационального мышления, формирование навыков планирования, повторение формулы площади прямоугольника.

Случаи умножения и деления с 0 и 1

1 Согласно определению деления как операции, обратной умножению, для того чтобы разделить 0 на a, нужно подобрать такое число x, при котором $a \cdot x = 0$. Согласно правилу умножения на 0, $x = 0$. Следовательно, $0 : a = 0$. Для того чтобы найти частное $a : 0$, нужно подобрать такое число x, чтобы $0 \cdot x = a$. Но по правилу умножения 0 на число, при умножении 0 на любое число будет 0. Поэтому числа, являющегося частным $a : 0$, не существует. Следовательно, число на нуль делить нельзя. Попробуем найти частное $0 : 0$. Нужно найти число, которое, будучи умноженным на 0, даст в произведении 0. Этим числом может быть и 5 (так как $0 \cdot 5 = 0$), и 9 (так как $0 \cdot 9 = 0$), и любое другое число, так как при умножении любого числа на 0 будет 0. Когда дети придут к выводу, что ответов в данном случае может быть сколько угодно, учитель должен объяснить, что именно эта неоднозначность результата привела к тому, что деление $0 : 0$ договорились считать невозможным.

Задание направлено на формирование навыка работы с математической теорией, воспитание потребности в доказательности и обоснованности изучаемых фактов, что является необходимой составляющей математического стиля мышления и математической культуры.

2 Согласно определению, умножение — это сложение одинаковых слагаемых, где первый множитель показывает, какое слагаемое складывают, а второй — сколько таких слагаемых в сумме. Но суммы, состоящей из одного слагаемого, не бывает. Поэтому умножение вида $a \cdot 1$ не может быть определено с помощью этого определения и рассматривается как особый случай. Аналогично, не бывает суммы, содержащей 0 слагаемых. Поэтому умножение $a \cdot 0$ в математике также рассматривается как особый случай. Важно, чтобы школьники поняли, что равенства вида $a \cdot 1 = a$ и $a \cdot 0 = 0$ вводятся по договорённости (аксиоматически) и не нуждаются в проверке или обосновании. Однако целесообразность принятия этих правил обосновать можно с помощью переместительного закона умножения.

Согласно этому закону $a \cdot 1 = 1 \cdot a = 1 + \underbrace{1 + ... + 1}_{a \text{ штук}} = a$.

Аналогично: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = \underbrace{0 + ... + 0}_{a \text{ штук}} = 0$.

Задание направлено на формирование математической культуры школьников, математического стиля мышления, развитие логического, абстрактного мышления. Выполняя задание, школьники имеют дело только с математической теорией без её приложения для решения простых задач. Обосновывая математические факты, они выступают в роли учёных, делая маленькие самостоятельные открытия. Это способствует развитию познавательной активности и воспитанию интереса к предмету. Такая работа позволяет запомнить изучаемые правила осознанно.

3 Первый шаг: $x \cdot 8$. Из имеющихся на плане острова чисел результатом этого умножения может быть 16 ($2 \cdot 8$), 32 ($4 \cdot 8$) и 8 ($1 \cdot 8$).

Исследуем каждый случай.

1) Если $x \cdot 8 = 16$, то второй шаг будет: $16 + 7 = 23$. Число 23 на плане острова есть. Тогда третий шаг: $23 \cdot 2 = 23 + 23 = 46$. Число 46 на плане острова есть. Четвёртый шаг: $46 : 6$, но 46 на 6 не делится. Значит, данный путь не верен.

2) Если $x \cdot 8 = 32$, то второй шаг: $32 + 7 = 39$. Но числа 39 на плане острова нет. Значит, и этот путь не верен.

3) Если $x \cdot 8 = 8$, то второй шаг $8 + 7 = 15$. Число 15 на плане острова есть. Тогда третий шаг: $15 \cdot 2 = 15 + 15 = 30$. Число 30 на плане острова есть. Четвёртый шаг: $30 : 6 = 5$. Число 5 на плане острова есть. Итак, клад зарыт под дубом.

Задание направлено на активизацию познавательной деятельности и развитие познавательных интересов детей, развитие логического и алгоритмического мышления, повторение табличного умножения и деления, в том числе умножения с единицей, формирование умения выдвигать обоснованные гипотезы и проверять их, формирование навыков самоконтроля.

Единицы времени

1 Так как в следующем году Вите будет 12 лет, то в этом году ему 11 лет. Соответственно, в прошлом году Вите было 10 лет. Тот день, о котором в задаче сказано «позавчера», не мог быть в текущем году, так как тогда Вите было 10 лет, а в текущем году ему должно исполниться 11 лет. Следовательно, «позавчера» было в прошлом году, и Вите ещё не исполнилось 11 лет. Так как 10 лет Вите исполнилось в прошлом году, а «сегодня» уже новый год, то день рождения у него был вчера. Так как «вчера» — это старый год, а «сегодня» — новый год, то день рождения Вити 31 декабря.

Задание направлено на обобщение знаний детей о единицах измерения времени (год, месяц), о временных отношениях (вчера, позавчера, сегодня). Оно способствует развитию логического мышления, формированию нестандартного мышления, смекалки, сообразительности.

2 а) До 24 часов не хватает 4 мин. 37 мин + 4 мин = 41 мин. Марсианские сутки длиннее на 41 мин.

Выполняя задание *в*), дети должны вычислять произведение, заменяя его суммой одинаковых слагаемых:

$24 \cdot 6 + 9 = 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 9 = 48 + 48 + 48 + 9 =$

$= 96 + 57 = 153$ часа.

Задание направлено на обобщение знаний детей о единицах измерения времени: год, сутки, часы; на формирование умения выполнять действия с численными значениями времени, осуществлять перевод одних единиц в другие. Задание знакомит детей со связью между единицами измерения времени и движением небесных тел. Дети узнают, что на разных планетах продолжительность суток и года разные, могут сильно отличаться от земных. Задание способствует формированию мировоззрения детей, расширению их кругозора, воспитанию любознательности и развитию познавательных интересов.

3 1 м = 100 см = 50 + 50 (см) = $50 \cdot 2$

2 м = 100 + 100 (см) = 50 + 50 + 50 + 50 (см) = $50 \cdot 4$

1 м 50 см = 100 + 50 (см) = 50 + 50 + 50 (см) = $50 \cdot 3$

Следовательно, из бревна длиной 1 м получается два кругляка длиной 50 см; из бревна длиной 1 м 50 см — три кругляка длиной 50 см; из бревна длиной 2 м — четыре кругляка длиной 50 см. Значит, количество кругляков, которые напилили Володя с Мишей (пилившие 2-метровые брёвна), должно делиться на 4. Количество кругляков, которые напилили Петя с Костей (пилившие брёвна длиной 1 м 50 см), должно делиться на 3. Количество кругляков, которые напилили Вася с Федей (пилившие метровые брёвна), должно делиться на 2. Из чисел 28, 26 и 27 на 4 делится только 28. Значит, 28 кругляков напилили Володя с Мишей. Их фамилии Медведев и Евдокимов. Известно, что бригадиром был Володя, и один из бригадиров — Медведев. Значит, фамилия Володи — Медведев, а фамилия Миши — Евдокимов.

На 3 делится число 27. Значит, 27 кругляков напилили Петя с Костей. Их фамилии Галкин и Пастухов. Так как бригадира зовут Петя и фамилия его Галкин, то фамилия Кости — Пастухов.

Число 26 делится на 2. Это не табличное деление, однако данную делимость можно доказать: $26 = 13 + 13 = 13 \cdot 2$. 26 кругляков напилили Вася с Федей. Их фамилии соответственно Лавров и Котов. Бригадир — Лавров Вася, значит, фамилия Феди — Котов.

Данная задача сочетает в себе арифметическую и логическую задачи. Она позволяет повторить не только изученные табличные случаи деления, но и определение умножения и деления, единицы измерения длины, перевод одной единицы измерения в другую. Задача очень эффективна для развития мышления детей. Рассуждения, необходимые для решения задачи, строятся с опорой как на числовые данные и вычисления, так и на математическую теорию и дедуктивные умозаключения. Задание способствует воспитанию строгости и чёткости аргументации, логичности и обоснованности выводов, общей математической культуры.

Внетабличное умножение и деление

1 Необходимо организовать работу так, чтобы после каждого прочитанного утверждения дети выдвигали гипотезы, перечисляя все числа, для которых данное утверждение будет истинным, обосновывали свои предположения.

Так, первому утверждению удовлетворяют числа 10, 20, 30. Чтобы при умножении на 3 получилось число с 0 на конце, искомый множитель тоже должен оканчиваться на 0. Числа, большие или равные 40, не подходят, так как при умножении их на 3 получаются трёхзначные числа.

Второе утверждение указывает на то, что из трёх выбранных чисел число 30 не будет являться решением задачи, так как $30 \cdot 4$ — число трёхзначное.

Третье утверждение не позволяет выдвинуть новую гипотезу, так как оба оставшиеся числа (10 и 20) делятся и на 2, и на 5. Значит, это утверждение не несёт новой информации и является лишним.

Четвёртому утверждению удовлетворяет число 20, так как $20 : 2 = 10$ — наименьшее двузначное число. Значит, ответ 20.

Задание направлено на формирование навыков работы с информацией, умения выдвигать гипотезы на основе имеющейся информации, аргументированно обосновывать их, проверять, делать выводы. Задание способствует закреплению навыков внетабличного умножения, совершенствованию вычислительных навыков, развитию логического мышления, внимания, познавательной активности.

Умножение суммы на число

1 а) Первое равенство указывает на то, что при умножении двузначного числа на однозначное получается двузначное число. Это значит, что △□ — число, меньшее 50, так как при умножении чисел, больших либо равных 50 (даже на самое маленькое из возможных в данном случае однозначных чисел — 2), получается трёхзначное число ($50 \cdot 2 = 100$).

Второй множитель ○ не может быть ни 1, ни 0, так как при умножении любого числа на 0 получается 0, то есть однозначное число, а при умножении любого числа на 1 получается то же самое число. В данном случае это неверно, так как произведение зашифровано не такими же геометрическими фигурами, что и первый множитель.

Второе равенство △□ · ○ = (▭ + ▭). ○ указывает на то, что двузначное число △□ может быть представлено в виде суммы двух однозначных чисел, значит, это число ≤ 18 (наибольшая возможная сумма двух однозначных чисел $9 + 9 = 18$).

Кроме того, число △□ представляется в виде суммы двух одинаковых чисел. Так может быть представлено только чётное число. Значит, △□ — это 10, или 12, или 14, или 16, или 18. Таким образом, △ зашифрована цифра 1.

Третье равенство ○ + ○ = ○ · ○ говорит о том, что сумма двух одинаковых однозначных чисел равна их произведению. Это справедливо только для 0 и для 2. Ранее мы установили, что ○ нулём быть не может. Значит, ○ — это 2. Число △□ не может быть десятью, так как при умножении 10 на 2 получится 20 — число с нулём на конце, а в нашем случае произведение △□ · 2 оканчивается двойкой.

Итак, △□ — это 12, 14, 16 или 18. Выясним, какое из этих чисел при умножении на 2 даёт число, оканчивающееся на 2.

$12 \cdot 2 = (10 + 2) \cdot 2 = 10 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 20 + 4 = 24$

$14 \cdot 2 = (10 + 4) \cdot 2 = 10 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28$

$16 \cdot 2 = (10 + 6) \cdot 2 = 10 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 20 + 12 = 32$

$18 \cdot 2 = (10 + 8) \cdot 2 = 10 \cdot 2 + 8 \cdot 2 = 2 = + 18 = 36$

Итак, на 2 оканчивается только произведение $16 \cdot 2$. Следовательно, △□ — это 16. $16 = 8 + 8$, следовательно, ▭ — это 8, а ▱ — это 3.

Итак, △□ · ○ = ▱○ — это $16 \cdot 2 = 32$

△□ · ○ = (▭ + ▭) · ○ — это $16 \cdot 2 = (8 + 8) \cdot 2$

○ + ○ = ○ · ○ — это $2 + 2 = 2 \cdot 2$

б) Выполняется аналогично заданию *а*). Из первого равенства делаем вывод, что △□ — это число, меньшее 50, и ○ — это не 1 и не нуль. Второе равенство говорит о том, что число △□ представлено в виде суммы двузначного и однозначного чисел. Причём однозначное число записано той же цифрой, которой оканчивается число △□. Это значит, что первое слагаемое в сумме △▭ + □ должно оканчиваться 0. Таким образом, △▭ + □ — это сумма разрядных слагаемых числа △□. Следовательно, ▭ — это нуль.

Третье равенство говорит о том, что число △▭ представимо в виде суммы двух одинаковых однозначных чисел. Из всех двузначных чисел, оканчивающихся 0, представимо в виде суммы двух однозначных чисел только число 10, следовательно, △▭ — это 10, △ — это 1. В третьем равенстве число △▭ представлено в виде суммы двух одинаковых однозначных чисел. Так как 10 = 5 + 5, то ○ — это 5. Итак, число △▭ — это 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 или 19. Используя правило умножения суммы на число, убеждаемся, что △▭ не может быть 12, 14, 16, 18, так как в этом случае при умножении на 5 получается число, оканчивающееся 0. Согласно же выводу, сделанному ранее, произведение △□ · ○ = ▱○ не оканчивается 0. Число △□ не может быть и 11, так как в этом случае при умножении на 5 получается 55 — число, записанное двумя одинаковыми цифрами. В данном же равенстве произведение записано двумя разными цифрами: ▱ и ○.

Итак, △□ — это 13, 15, 17 или 19. Соответственно, △□ · ○ = ▱○ — это 65, 75, 85 или 95. Число ▱ в таком случае — это 6, 7, 8 или 9. В последнем равенстве число ▱ представлено в виде суммы четырёх одинаковых слагаемых. Из чисел 6, 7, 8 и 9 так может быть представлено только 8. (8 = 2 + 2 + 2 + 2). Следовательно, ▱ — это 8, ⬡ — это 2. Соответственно, □ — это 7.

Итак, △□ · ○ = ▱○ — это 17 · 5 = 85

△□ · ○ = (△▭ + □) · ○ — это 17 · 5 = (10 + 7) · 5

△▭ = ○ + ○ — это 10 = 5 + 5

▱ = ⬡ + ⬡ + ⬡ + ⬡ — это 8 = 2 + 2 + 2 + 2

Задание направлено на повторение темы «Умножение суммы на число», развитие и совершенствование вычислительных навыков, развитие логического мышления, формирование умения работать с информацией, декодировать информацию, представлять её в различных формах. Задание учит детей подмечать закономерности, анализировать их, извлекать зашифрованную информацию и использовать её для построения рассуждений. Задание способствует формированию умения аргументированно и доказательно излагать свои мысли, выдвигать и проверять гипотезы, путём рассуждений находить из всех возможных решений одно верное.

2 Очевидно, что дорога через лес обойдётся в
16 · 4 + 12 · 3 = 64 + 36 = 100 тыс. р.
Дорога через реку обойдётся в 18 · 4 + 14 · 2 = 72 + 28 = 100 тыс. р.

Дорога через овраг: $12 \cdot 4 + 17 + 35 = 100$ тыс. р.

Таким образом, затраты на постройку дороги по любому маршруту будут одинаковы. Дети должны выбрать, постройка какой дороги, с их точки зрения, предпочтительней, и объяснить свой выбор. Аргументация может основываться на протяжённости дороги: дорога через лес — самая короткая. Однако будет полезным, чтобы учитель обратил внимание на экологическую сторону задачи. Вырубая лес, мы наносим ущерб природе. Поэтому, если есть возможность построить дорогу, не нанося ущерб лесу, то нужно выбрать другой путь. Строительство дороги через овраг также будет неправильным. Во-первых, как бы хорошо овраг ни был засыпан, при строительстве дороги почва будет проседать, для дороги не будет прочной основы. Во-вторых, засыпка оврага может перекрыть путь подземным водам, и тогда местность в округе будет заболачиваться. С экологической точки зрения наиболее правильным будет построить мост через реку.

Задача направлена на отработку навыка умножения двузначного числа на однозначное, повторение правила умножения суммы на число, формирование навыка планирования, умения выбирать из нескольких вариантов наиболее оптимальный, аргументированно обосновывать свой выбор. Задача также направлена на экологическое образование и воспитание школьников, развитие познавательных интересов, воспитание чувства значимости собственной учебной деятельности. Дети не просто решают текстовую задачу, они берут на себя общественно значимую роль. Решение учебной задачи подчиняется этой роли, что способствует активизации внимания и мышления, усилению чувства ответственности, проявлению самостоятельности и творческого подхода к решению задачи.

Деление суммы на число

1 При решении примеров делимое может быть представлено различными способами. Например:

$60 : 5 = (50 + 10) : 5 = 50 : 5 + 10 : 5 = 10 + 2 = 12$

$60 : 5 = (40 + 20) : 5 = 40 : 5 + 20 : 5 = 8 + 4 = 12$

$60 : 5 = (30 + 30) : 5 = 30 : 5 + 30 : 5 = 6 + 6 = 12$

$60 : 5 = (25 + 35) : 5 = 25 : 5 + 35 : 5 = 5 + 7 = 12$

$60 : 5 = (15 + 45) : 5 = 15 : 5 + 45 : 5 =3 + 9 = 12$

Выполнение подобных упражнений способствует отработке знаний и умений по теме «Деление суммы на число», формированию навыков устных вычислений, воспитанию вычислительной культуры учащихся, развитию логического мышления. Задание можно предложить школьникам в форме соревнования «Кто найдёт больше способов решения». Результаты выполнения задания следует обсудить. В результате обсуждения должны быть отброшены ошибочные варианты, то есть те, в которых слагаемые не делятся на данное число. Кроме того, в результате обсуждения дети должны прийти к выводу, что случаи вида $60 : 5 = (15 + 45) : 5$ и $60 : 5 = (45 + 15) : 5$ нет смысла рассматривать как различные. Таким образом, школьники повторят переместительный закон сложения.

2 Данный алгоритм нуждается в следующих уточнениях. Так как третий шаг предписывает представить число в виде суммы двух разрядных слагаемых, то второй шаг нужно уточнить: «Запиши двузначное число». Так как от перестановки слагаемых сумма не меняется, то в принципе слагаемые могут быть записаны в любом порядке, а учитывая пятый шаг, в четвёртом шаге нужно делить слагаемое, содержащее десятки, так как оно оканчивается на 0 и, следовательно, всегда делится на 2, а значит, не нуждается в проверке делимости.

Итак, четвёртый шаг должен быть записан так: «Раздели двузначное слагаемое на 2», или «Раздели слагаемое, содержащее десятки, на 2». В пятом шаге прежде всего нужно уточнить, какой шаг будет следующим в случае выполнения условия и в случае его невыполнения. В первом случае это будет шестой шаг, во втором — седьмой шаг. Кроме того, нужно уточнить, какой вывод необходимо сделать, если условие не выполняется. Пятый шаг должен быть таким: «Проверь, делится ли второе слагаемое на 2. Если делится, то раздели его и перейди к шестому шагу. Если не делится на 2, то перейди к седьмому шагу». В шестом шаге нужно уточнить, какую сумму требуется вычислить. Этот шаг должен быть записан так: «Вычисли сумму чисел, полученных в результате деления слагаемых на 2». В седьмом шаге нужно уточнить, что должно быть записано в ответе. Этот шаг можно сформулировать так: «Запиши в ответ полученную сумму или вывод о том, что число не делится на 2». Уточнённый алгоритм должен создаваться совместно учащимися и учителем в результате общего обсуждения и постепенно записываться на доске рядом с исходным алгоритмом. Если дети затрудняются уточнить какой-либо шаг, учитель должен предлагать им ситуацию, подводящую к нужному выводу. Например, если дети не видят, как нужно уточнить второй шаг, то учитель, выполняя это действие алгоритма, может записать однозначное число. Тогда учащиеся не смогут выполнить третий шаг, что приведёт их к мысли, что во втором шаге должно содержаться требование записать именно двузначное число. Если дети не видят, как можно уточнить седьмой шаг, то учитель, выполняя это действие, может записать слово «ответ». Это приведёт учащихся к мысли о необходимости уточнения, что именно должно быть записано в качестве ответа. И так далее.

Задание направлено на обобщение и закрепление знаний о делении суммы на число, на формирование навыков нетабличного деления. Задание знакомит учащихся с понятием «алгоритм» и такими свойствами алгоритма, как понятность и определённость. Задание способствует формированию алгоритмического и логического мышления, воспитанию культуры мышления, развитию умения точно и корректно формулировать свои мысли.

После того как алгоритм будет уточнён, полезно организовать работу по его исполнению. Можно предложить учащимся разные двузначные числа и попросить написать рядом с каждым шагом результат выполнения этого шага. Например:

1) Начало.

2) Запиши двузначное число. 28

3) Представь это число в виде суммы двух разрядных слагаемых. $20 + 8$

4) Раздели слагаемое, содержащее десятки, на 2. $20 : 2 = 10$

5) Проверь, делится ли второе слагаемое на 2. Если делится, то раздели его и перейди к шестому шагу. Если не делится на 2, то перейди к седьмому шагу. 8 делится на 2. $8 : 2 = 4$

6) Вычисли сумму чисел, полученных в результате деления слагаемых на 2. $10 + 4 = 14$

7) Запиши в ответ полученную сумму или вывод о том, что число не делится на 2. Ответ: 14

8) Конец.

Проверка деления умножением, нахождение частного способом подбора

1 Проанализируем, на какие числа делится 76.

76 — это почти 80. Проверим, делится ли оно на 38. 38 — это почти 40.

$80 : 40 = 2$. Проверим 2 как частное 76 и 38. $38 \cdot 2 = 76$. Число 2 есть в треугольных воротах. Значит, путь $76 \to 38 \to 2$ может быть верным. Пробуем подобрать частное 76 и 19. 76 — это почти 80. 19 — это почти 20. $80 : 20 = 4$.

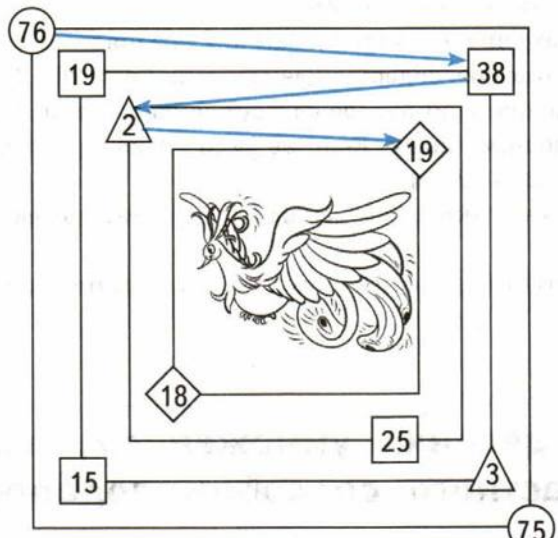
Проверяем 4. $19 \cdot 4 = 76$. $4 = 76 : 19$. Но числа 4 нет в треугольных воротах. Значит, путь $76 \to 19$ неверный.

Пробуем подобрать частное 76 и 25. Число больше 2, так как $2 = 76 : 38$, а $25 < 38$. Пробуем 3. $25 \cdot 3 = 75 < 76$. Значит, 76 не делится на 25. Путь $76 \to 25$ неверный. Но мы видим, что $75 : 25 = 3$. 75 — число, стоящее в других круглых воротах. 3 — число, стоящее в треугольных воротах. Значит, путь $75 \to 25 \to 3$ может быть верным. Пробуем подобрать частное 76 и 15. Так как $76 : 19 = 4$, то частное 76 и 15 больше 4 (так как $15 < 19$). Пробуем 5. $15 \cdot 5 = 75 < 76$. Пробуем 6. $15 \cdot 6 = 90 > 76$. Значит, 76 на 15 не делится и путь $76 \to 15$ неверный. Но мы видим, что на 15 делится 75 ($75 : 15 = 5$). Однако числа 5 нет в треугольных воротах. Поэтому путь $75 \to 15$ также неверный. Итак, имеем 2 возможных пути: $76 \to 38 \to 2$ и $75 \to 25 \to 3$. Исследуем каждый из них. Согласно второй записи в условии

(□ : △ = ◇) в равенствах 76 : $\boxed{38}$ = 2 и 75 : $\boxed{25}$ = 3 делитель должен делиться на частное. 25 не делится на 3, так как $3 \to 8 = 24 < 25$, а $3 \cdot 9 = 27 > 25$. Значит, этот путь тоже неверный. Остаётся путь $76 \to 38 \to 2 \to$ ◇. Проверим, какое число стоит на последних воротах этого пути. Проверяем по 18. $18 \cdot 2 = 36 \neq 38$. Значит, $38 : 2 \neq 18$. Проверяем 19. $19 \cdot 2 = 38$.

Значит, $\boxed{38}$: 2 = 19

Итак, верный путь: $76 \to 38 \to 2 \to 19$.



Задание направлено на формирование умения выполнять деление методом подбора, проверять найденное частное умножением. Выполнение задания включает в себя предварительную прикидку результата. Умение выполнять прикидку является необходимым элементом вычислительной культуры.

Также это задание направлено на формирование понимания обратной зависимости между делителем и частным при постоянном делимом (чем больше делитель, тем меньше частное). Игровая форма задания делает тренировочные упражнения эффективными не только для формирования навыков, но и для развития логического мышления детей, активизации их познавательной деятельности.

2 1) 27 — это почти 30. 13 — это чуть больше 10. $30 : 10 = 3$. При нахождении частного 27 : 13 есть смысл проверить число 3. $13 \cdot 3 = 13 + 13 + 13 = 39 > 27$. Значит, частное 27 : 13 меньше 3. Попробуем 2. $13 \cdot 2 = 13 + 13 = 26 < 27$. Частное 27 и 13 больше 2. Так как между числами 2 и 3 нет других чисел, то деление 27 : 13 выполнить нельзя. Этот пример следует отнести ко второй группе. Мы выяснили, что $13 \cdot 2 = 26$. Значит, 26 : 13 = 2. Чтобы деление можно было выполнить, нужно делимое 27 уменьшить на 1.

2) 45 : 15. 45 больше 40. 15 больше 10. 40 : 10 = 4. Попробуем в качестве частного 4. $15 \cdot 4 = 15 + 15 + 15 + 15 = 60 > 45$. Значит, частное 45 : 15 меньше 4.

Попробуем 3. $15 \cdot 3 = 15 + 15 + 15 = 45$. Итак, 45 : 15 = 3 — деление можно выполнить. Пример следует отнести к первой группе.

3) 60 : 12. 12 чуть больше 10. 60 : 10 = 6. Попробуем в качестве частного 6.

$12 \cdot 6 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 72 > 60$. Значит, частное 60 : 12 меньше 6.

Пробуем 5. $12 \cdot 5 = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$. 60 : 12 = 5 — деление можно выполнить. Пример следует отнести к первой группе.

4) 88 : 22. 88 больше 80. 22 больше 20. 80 : 20 = 4. Попробуем в качестве частного 4. $22 \cdot 4 = 22 + 22 + 22 + 22 = 88$. 88 : 22 = 4 — деление можно выполнить. Пример следует отнести к первой группе.

5) 74 : 16. 74 — это почти 80. 16 — это почти 20. 80 : 20 = 4. Попробуем в качестве частного 4. $16 \cdot 4 = 16 + 16 + 16 + 16 = 64 < 74$. Значит, частное 74 : 16 больше 4. Пробуем 5. $16 \cdot 5 = 16 + 16 + 16 + 16 + 16 = 16 \cdot 4 + 16 = 64 + 16 = 80 > 74$. Значит, частное 74 : 16 меньше 5. Так как между числами 4 и 5 нет других чисел, то деление в этом случае выполнить нельзя. Пример следует отнести ко второй группе. Мы выяснили, что $16 \cdot 4 = 64$. Значит, 64 : 16 = 4 — деление выполнимо. Следовательно, чтобы деление стало выполнимо, нужно делимое 74 уменьшить на 10.

6) 85 : 25. 85 — больше 80, 25 больше 20. 80 : 20 = 4. Пробуем в качестве частного 4. $25 \cdot 4 = 25 + 25 + 25 + 25 = 100 > 85$. Значит, частное 85 : 25 меньше 4. Пробуем 3.

$25 \cdot 3 = 25 + 25 + 25 = 75 < 85$. Значит, частное 85 : 25 больше 3. Так как между числами 3 и 4 нет других чисел, то деление в данном случае выполнить нельзя. Пример следует отнести ко второй группе. Мы выяснили, что $25 \cdot 3 = 75$. Значит, 75 : 25 = 3 — деление выполнимо. Следовательно, чтобы деление стало выполнимо, нужно делимое 85 уменьшить на 10. Итак, можно сделать вывод.

Группа 1	Группа 2	На сколько нужно уменьшить делимое, чтобы деление стало выполнимо
45 : 15 = 3	27 : 13	уменьшить на 1
60 : 12 = 5	74 : 16	уменьшить на 10
88 : 22 = 4	85 : 25	уменьшить на 10

Задание направлено на закрепление и отработку навыков выполнения нетабличного деления способом подбора частного. Важно, чтобы при выполнении задания дети не подбирали частное, начиная с 2, а пользовались предварительной прикидкой результата. Это способствует формированию вычислительной и общематематической культуры учащихся и является пропедевтикой деления в столбик.

Выполняя задание, дети обращаются к определению умножения (вычисление произведения с помощью замены его суммой одинаковых слагаемых), что позволяет повторить данный теоретический материал и закрепить навык проверки результата деления умножением. При выполнении предварительной прикидки результата актуализируются и закрепляются знания детей о соотношении компонентов и результата действия деления (большему делимому при одинаковом делителе соответствует большее частное и наоборот).

Задание направлено на развитие логического мышления учащихся, в частности, на формирование умения выполнять такую логическую операцию, как классификация по заданному признаку. Вторая часть задания («Уменьши делимое так, чтобы деление стало выполнимо») является пропедевтикой темы «Деление с остатком» и готовит учащихся к её восприятию.

Деление с остатком

1 Так как у мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, то с учётом самого мальчика, девочек в этой семье на 1 меньше, чем мальчиков: девочек < мальчиков на 1. Так как у сестры мальчика в 2 раза меньше сестёр, чем братьев, то, не учитывая эту сестру, получаем, что мальчиков в 2 раза больше, чем количество девочек, уменьшенное на 1. Мальчиков > в 2 раза. Учитывая первое неравенство, делаем вывод, что числа, выражающие количество мальчиков и количество девочек, являются соседними. Тогда, если от количества девочек отнять 1, то полученное число будет на 2 меньше, чем количество мальчиков. Причём это число в 2 раза меньше количества мальчиков. Числа, одно из которых одновременно меньше на 2 и в 2 раза другого, — это 2 и 4. Следовательно, мальчиков в семье 4, а девочек на 1 меньше, то есть 3. Тогда у одного из мальчиков 3 брата и 3 сестры, что соответствует условию задачи. А у одной из девочек 4 брата и 2 сестры — количество сестёр в 2 раза меньше количества братьев, что тоже соответствует условию задачи.

Задача направлена на развитие логического мышления, формирование умения анализировать условие текстовой задачи, правильно устанавливать соответствия между данными задачи, находить решение с помощью построения дедуктивных умозаключений, соотносить найденное решение с условием, тем самым проверяя его и обосновывая его истинность.

Задача способствует развитию смекалки, математической интуиции. Содержит пропедевтику решения текстовых задач с помощью неравенств.

2 Последняя цифра двузначного числа □△ такая же, что и неполное частное при делении этого числа на 5 и остаток при этом делении. Следовательно, цифра △ меньше 5 (так как остаток всегда меньше делителя). Значит, △ может быть зашифрованы цифры: 0, 1, 2, 3, 4. Проанализируем все возможные варианты. △ явно не может быть зашифровано число 0, так как в этом случае $0 \cdot 5 + 0 = 0$ — однозначное число, а делимое □△ — двузначное число. По этой же причине не подходит и цифра 1, так как $5 \cdot 1 + 1 = 6$ — однозначное число. Пробуем 2. $5 \cdot 2 + 2 = 12$ — двузначное число, оканчивающееся той же цифрой, которой записаны неполное частное и остаток (2). Значит, △ может быть зашифровано число 2. В этом случае □ зашифрована цифра 1. Пробуем 3. $5 \cdot 3 + 3 = 18$ — двузначное число, но его последняя цифра (8) не совпадает с цифрой неполного частного и остатка (3). Значит, треугольником 3 зашифровано быть не может. Пробуем 4. $5 \cdot 4 + 4 = 24$ — двузначное число, последняя цифра которого такая же, как цифра неполного частного и остатка (4). Значит, △ может быть зашифрована цифра 4. В этом случае □ — это 2. Итак, имеем два варианта:

△ — 2, □ — 1

△ — 4, □ — 2.

Исследуем каждый из них.

Если △ — 2, то △6 — 26, и остаток от деления во втором примере равен 2. Подберём делитель. Это не 1 и не 2, так как цифра делителя зашифрована другой геометрической фигурой. Пробуем 3. $26 : 3 = 8$ (ост. 2) — подходит. В этом случае ▱ — это 3, а ○ — это 8. Пробуем 4. $26 : 4 = 6$ (ост. 2) — подходит. В этом случае ▱ — это 4, а ○ — это 6. Пробуем 5. $26 : 5 = 5$ (ост. 1) — не подходит. Пробуем 6. $26 : 6 = 4$ (ост. 2) — подходит. В этом случае ▱ — это 6, а ○ — это 4. Пробуем 7. $26 : 7 = 3$ (ост. 5) — не подходит. Пробуем 8. $26 : 8 = 3$ (ост. 2) — подходит. В этом случае ▱ — это 8, а ○ — это 3. Пробуем 9. $26 : 9 = 2$ (ост. 8) — не подходит. Дальше проверять нет смысла, так как если делитель будет больше 9, то неполное частное будет 2, 1 или 0. Ни один из этих случаев, как было показано выше, не может иметь места.

Итак, первый случай дал нам следующие варианты:

△ — 2, □ — 1 →
- ▱ — 3, ○ — 8
- ▱ — 4, ○ — 6
- ▱ — 6, ○ — 4
- ▱ — 8, ○ — 3

Проверим каждый из них с помощью третьего примера.

1) ▱ — 3, ○ — 8. 8 · 2 : 3 = 5 (ост. 1) — верно. Случай может иметь место.

2) ▱ — 4, ○ — 6. 6 · 2 : 4 = 5 (ост. 1) — неверно. Случай не может иметь места.

3) ▱ — 6, ○ — 4. 4 · 2 : 6 = 5 (ост. 1) — неверно. Случай не может иметь места.

4) ▱ — 8, ○ — 3. 3 · 2 : 8 = 5 (ост. 1) — неверно. Случай не может иметь места.

Исключив все неверные варианты, получаем: △ — 2, □ — 1, ▱ — 3, ○ — 8.

Исследуем второй случай: △ — 4, □ — 2. Тогда 46 : ▱ = ○ (ост. 4).

Подберём делитель. Это не может быть 2 и 4, так как эти цифры зашифрованы другими геометрическими фигурами. Это не может быть 1 и 3, так как в этом случае неполное частное будет двузначным числом. Пробуем 5. 46 : 5 = 9 (ост. 1) — не подходит. Пробуем 6. 46 : 6 = 7 (ост. 4) — подходит. В этом случае ▱ — это 6, а ○ — это 7. Пробуем 7. 46 : 7 = 6 (ост. 4) — подходит. В этом случае ▱ — это 7, а ○ — это 6. Пробуем 8. 46 : 8 = 5 (ост. 6) — не подходит. Пробуем 9. 46 : 9 = 5 (ост. 1) — не подходит. Дальше проверять нет смысла, так как делители, большие 9, — это двузначные числа, а в примере зашифровано однозначное число. Итак, второй случай дал два возможных варианта:

$$\triangle - 4,\ \square - 2 \begin{matrix} \nearrow\ ▱ - 6,\ \bigcirc - 7 \\ \searrow\ ▱ - 7,\ \bigcirc - 6 \end{matrix}$$

Исследуем их с помощью третьего примера.

▱ — 6, ○ — 7. 7 · 4 : 6 = 5 (ост. 1) — неверно. Случай не может иметь места.

▱ — 7, ○ — 6. 6 · 4 : 7 = 5 (ост. 1) — неверно. Случай не может иметь места.

Итак, ни один из этих случаев невозможен. Следовательно, единственно правильный ответ: △ — 2, □ — 1, ▱ — 3, ○ — 8.

Задание направлено на повторение и обобщение знаний о делении с остатком, на формирование навыка деления с остатком и нахождения делимого по делителю, неполному частному и остатку. Выполняя задание, дети применяют теоретические знания на практике, что способствует их актуализации и лучшему усвоению. Задание направлено на развитие логического мышления, формирование умения рассуждать, выдвигать обоснованные гипотезы, проверять их с помощью анализа данных задачи и построения верных умозаключений, выбирать из множества гипотез верные, учитывая все предлагаемые условием задачи возможности и закономерности, обосновывать и аргументированно доказывать их истинность. Задание способствует формированию умения работать с информацией, в частности выполнять такой информационный процесс, как декодирование информации, что является важным компонентом информационной культуры учащихся.

3 Такая работа позволит ещё раз обратиться к теоретическим знаниям учащихся по изученной теме (дети должны будут учитывать, что остаток должен быть меньше делителя, а делимое равняться сумме произведения неполного частного на делитель и остатка), формировать и отрабатывать практические умения и навыки. Задание способствует формированию таких операций логического мышления, как анализ и синтез, формированию умения кодировать и декодировать информацию, развитию навыка контроля и самоконтроля.

4 Количество купленных апельсинов при делении на 3 даёт остаток 1, то есть произведение количества подарков на 3 на 1 меньше числа купленных апельсинов. Чтобы разложить апельсины по 4 в каждый подарок, необходимо добавить к купленным апельсинам ещё 2, то есть произведение количества подарков на 4 на 2 больше числа купленных апельсинов. Таким образом, если число подарков умножить на 3, то получится число, на 3 меньшее, чем в том случае, если это число умножить на 4. Найдём число подарков способом подбора. Обозначим число подарков a и составим таблицу.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a \cdot 3$	3	6	9	12	15	18	21	24	27
$a \cdot 4$	4	8	12	16	20	24	28	32	36

Сравнивая вторую и третью строки таблицы, найдём столбец, для которого $a \cdot 3$ на 3 меньше, чем $a \cdot 4$. Это числа 9 и 12. Этим числам соответствует значение $a = 3$. Анализируя таблицу, мы видим, что разность между числами второй и третьей строк увеличивается в каждом столбике на 1 ($3 < 4$ на 1, $6 < 8$ на 2, $9 < 12$ на 3, $12 < 16$ на 4 и т.д.). Это даёт основание утверждать, что другого решения задача не имеет. Таким образом, надо сделать 3 подарка.
$3 \cdot 3 + 1 = 10$ (шт.) — купили апельсинов. Очевидно, что из 10 апельсинов нельзя сделать три подарка по 4 апельсина в каждом — не хватит 2 апельсинов.

Задача направлена на формирование навыка решения текстовых задач, обобщение и закрепление знаний о делимости и делении с остатком, развитие логического мышления, формирование умения устанавливать взаимосвязи между данными задачи, решать задачу методом подбора, предварительно определив для себя критерий подбора и способ организации перебора. Использование таблицы делает решение более компактным и наглядным и учит детей организовывать информацию с помощью таблицы и работать с информацией, представленной в табличной форме. Работа над заданием предполагает обнаружение закономерностей в числовых рядах и их использование для формулирования соответствующих выводов. Это способствует развитию таких мыслительных операций, как анализ, сравнение, обобщение, а также развитию внимания, наблюдательности, смекалки.

Проверка деления с остатком

1 Самым простым является пример *б*), поэтому можно начать с него. Значение a в этом примере находится простым вычислением: $a = 11 \cdot 8 + 4 = 92$. Более сложными являются примеры *а*) и *в*). Рассуждать здесь следует так: $66 = a \cdot 16 + 2$. Произведение $a \cdot 16$, после того как к нему прибавили 2, стало равно 66. Следовательно, значение этого произведения на 2 меньше, чем 66, то есть $a \cdot 16 = 66 - 2 = 64$. $a \cdot 16 = 64$.

Чтобы найти неизвестный множитель, поделим произведение на известный множитель: $a = 64 : 16 = 4$, так как $16 \cdot 4 = 64$. Такая работа содержит пропедевтику решения уравнений. Однако найти значение a можно способом подбора. При этом следует учитывать, что a — это делитель, значит, число, большее остатка 2. Поэтому начинать проверку следует с числа 3:

$3 \cdot 16 + 2 = 50 < 66$

$4 \cdot 16 + 2 = 66$, итак, $a = 4$.

Аналогично организуется работа с примером *в*).

Примеры *г*), *д*), *е*) усложнены тем, что содержат два неизвестных.

При решении примера *г*) следует рассуждать так: $a = 2 \cdot 18 + в$; $a = 36 + в$, так как $в$ — остаток, то он меньше делителя 2, то есть $в = 1$ или $в = 0$. Так как остаток 0 не принято записывать рядом с неполным частным в скобках, то $в = 1$. $a = 36 + 1 = 37$.

При решении примера *д*) рассуждения могут быть такими: $54 = a \cdot 13 + в$. Найдём a и $в$ способом подбора: a не может равняться 1, так как любое число делится на 1 без остатка. Если $a = 2$, то $в$ может быть равно только 1, но $2 \cdot 13 + 1 = 27 < 54$. Если $a = 3$, то $в$ может быть равно 1 и 2. $3 \cdot 13 + 2 = 41 < 54$.

В случае, если при $в = 1$ будет получаться число, явно меньшее 54. Если $a = 4$, то $в$ может быть равно 1, 2, 3.

$4 \cdot 13 + 4 = 56 > 54$; $4 \cdot 13 + 3 = 55 > 54$; $4 \cdot 13 + 2 = 54$.

Итак, $a = 4$, $в = 2$.

При решении примера *е*) следует рассуждать так: $51 = a \cdot в + 6$ — произведение $a \cdot в$ на 6 меньше 51. Значит, $a \cdot в = 51 - 6 = 45$. 45 — это произведение 1 и 45; 3 и 15; 5 и 9; 9 и 5; 15 и 3; 45 и 1. Случаи 1 и 45; 45 и 1 не подходят, так как любое число делится на 1 и само на себя без остатка.

Остаток 6 должен быть меньше делителя, поэтому a не может равняться ни 3, ни 5. Значит, $a = 9$ или $a = 15$. Если $a = 9$, то $в = 5$. Если $a = 15$, то $в = 3$. Действительно, $9 \cdot 5 + 6 = 51$; $15 \cdot 3 + 6 = 51$.

Задание направлено на повторение и обобщение знаний о делении с остатком, развитие и закрепление соответствующих навыков, формирование умения использовать теоретические знания для решения практических задач, оперировать ими, обосновывая свои действия и выводы. Работа с буквенной символикой способствует развитию абстрактного мышления, формированию умения выполнять рассуждения в общем виде. Задание содержит пропедевтику решения уравнений.

2 Сидящие футболисты образовали два вида пар: 1) футболист и стул (у этой пары $2 + 4 = 6$ ног); 2) футболист и табурет (у этой пары $2 + 3 = 5$ ног). Число 39 нужно представить в виде суммы двух слагаемых, одно из которых делится на 6, а другое — на 5. Рассмотрим все возможные варианты, перебирая числа, делящиеся на 6.

1) $39 = 6 + 33$; 33 не делится на 5. Этот вариант нас не устраивает.

2) $39 = 12 + 27$; 27 не делится на 5.

$39 = 18 + 21$; 21 не делится на 5.

$39 = 24 + 25$; 25 делится на 5. Этот вариант нам подходит.

$39 = 30 + 9$; 9 не делится на 5.

$39 = 36 + 3$; 3 не делится на 5.

Итак, единственный удовлетворяющий условию задачи случай — это $39 = 24 + 25$. Всего ног у пар первого вида 24. У каждой такой пары 6 ног. Значит, пар $24 : 6 = 4$. Следовательно, стульев 4 штуки и футболистов, отдыхающих на стульях, тоже 4.

Всего ног у пар второго вида 25. У каждой такой пары 5 ног. Значит, пар $25 : 5 = 5$. Следовательно, табуретов 5 штук и футболистов, отдыхающих на табуретах, 5 человек. Всего футболистов присело отдохнуть $5 + 4 = 9$ человек.

Задание на повторение, оно направлено на развитие логического мышления, развитие математических способностей, формирование умения нестандартно мыслить, решать текстовые задачи без опоры на имеющийся шаблон. При решении задачи дети выполняют как дедуктивные, так и индуктивные рассуждения, что способствует развитию как абстрактного, так и опытно-практического мышления. Работа над задачей позволяет повторить табличное деление на 6 и на 5.

Повторение и закрепление

1 Запятая справа от рисунка означает, что от слова нужно отделить столько последних букв, какой будет ответ в примере, помещённом в рамке. Аналогично, запятая слева показывает, что отделять от слова надо первые буквы.

ТРАПЕЦИЯ

а) трава — 18 : 2 = → тра

б) пенал — 24 : 8 = 3 → пе

в) цапля — 20 : 5 = 4 → ц

г) игла — 18 : 6 = 3 → и

д) яблоко — 30 : 6 = 5 → я

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

а) паровоз — 32 : 8 = 4 → пар

б) скалка — 12 : 6 = 2; 14 : 7 = 2 → ал

в) клетка — 4 : 4 = 1; 21 : 7 = 3 → ле

г) колобок — 8 : 4 = 2; 15 : 5 = 3 → ло

д) груша — 27 : 9 = 3 → гр

е) самолёт + М — 6 : 6 = 1; 36 : 9 = 4 → → ам + м → амм

Задание позволяет в увлекательной форме повторить табличные случаи деления, обогатить словарь школьников новыми терминами, расширять их кругозор и развивать познавательную активность.

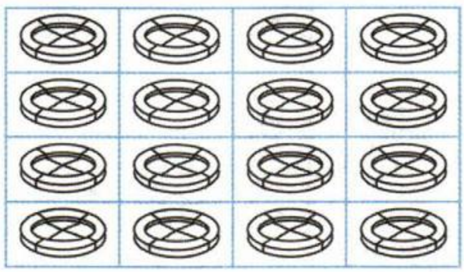
2 Так как лист с Дюймовочкой первоначально находился на середине пруда, а ширина пруда 42 м, то от листа до берега было 42 : 2 = 21 (м). Когда жаба обнаружила пропажу Дюймовочки, до берега ей оставалось 15 м. Значит, она уже проплыла 21 – 15 = 6 (м). К этому моменту бабочка везла девочку в течение 3 мин. Значит, 6 м они преодолели за 3 мин. Следовательно, скорость их движения 6 : 3 = 2 (м/мин). Чтобы доплыть до берега, им понадобится 15 : 2 мин. Так как $2 \cdot 7 = 14 < 15$, $2 \cdot 8 = 16 > 15$, то 15 на 2 не делится. Так как 15 находится между 14 и 16, то для того чтобы добраться до берега, Дюймовочке при той же скорости понадобится больше 7, но меньше 8 мин.

Расстояние от жабы до Дюймовочки в момент обнаружения пропажи — 13 м, от Дюймовочки до берега — 15 м. Следовательно, от жабы до берега 13 + 15 = 28 м. Плывя со скоростью 4 м/мин, жаба преодолеет это расстояние за 28 : 4 = 7 мин. Так как Дюймовочке понадобится больше 7 мин, то жаба догонит Дюймовочку. Значит, чтобы этого не случилось, бабочке нужно увеличить скорость.

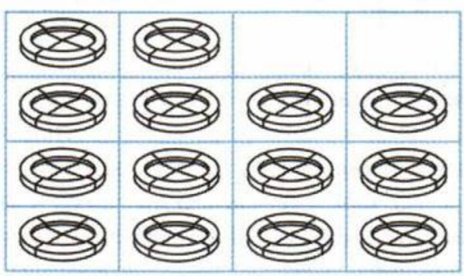
Вопрос задания сформулирован таким образом, что он не указывает, какую именно величину нужно найти. Дети сами должны определить для себя учебную задачу и решить её. Такая формулировка задания способствует формированию у учащихся одного из важнейших компонентов учебной деятельности: умение определять цель своих действий. Для того чтобы правильно поставить цель, школьники должны тщательно проанализировать условие, обдумать вопрос, установить, какие связи и зависимости существуют между данными в условии задачи, какую величину нужно найти, чтобы ответить на вопрос задачи. Всё это способствует развитию логического мышления, формированию умения решать текстовые задачи, формированию умения составлять план своих действий, обосновывать его целесообразность. Задача содержит пропедевтику темы «Деление с остатком» и понятия двойного неравенства.

3 Задача может иметь различные решения. Важно проанализировать все варианты, предложенные детьми, и подвести их к формулировке общего принципа решения задачи. Принцип состоит в следующем. Из ряда либо не убираются фишки вообще, либо убираются 2 фишки. При этом если убирается 1 фишка из горизонтального ряда, то необходимо убрать 1 фишку из соответствующего вертикального ряда, и наоборот.

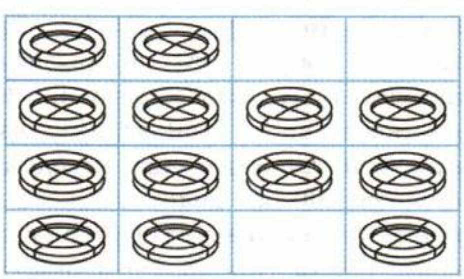
Например:



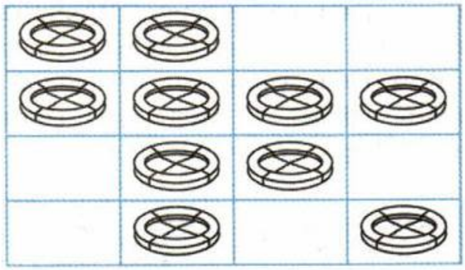
Уберём третью и четвёртую фишки из первого горизонтального ряда:



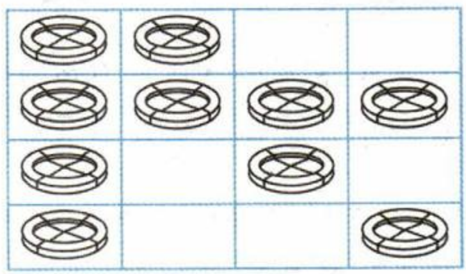
Тем самым мы убрали первую фишку из третьего вертикального ряда и первую фишку из четвёртого вертикального ряда. Значит, из этих рядов нужно убрать ещё по одной фишке. Уберём, например, четвёртую фишку из третьего вертикального ряда и третью фишку из четвёртого вертикального ряда:



Тем самым мы убрали четвёртую фишку из третьего горизонтального ряда и третью фишку из четвёртого горизонтального ряда. Из этих рядов нужно убрать ещё по одной фишке. Но так как всего фишек можно убрать 6, то нам осталось убрать только 2 фишки. Поэтому они должны оказаться в одном вертикальном ряду. Следовательно, эти фишки должны располагаться друг под другом. Таким образом, это могут быть либо первые фишки третьего и четвёртого горизонтальных рядов, либо вторые. Тогда решение выглядит так:



Или так:



Возможны и другие варианты решения.

Задача направлена на повторение понятия «чётность — нечётность», способствует развитию логического мышления, смекалки, математической интуиции, способности к обобщению, развитию речи, а также активизации познавательных процессов, формированию интереса к учебной деятельности, формированию умения находить общий способ действия и различные варианты этого обобщённого способа.

4 Достаточно большой текст задания затрудняет его восприятие младшими школьниками на слух. Поэтому для организации эффективной работы над заданием необходимо сделать так, чтобы текст его был у детей перед глазами. Дети должны найти все ошибки, допущенные Незнайкой. Некоторые из этих ошибок «лежат на поверхности». Например, 100 — это не двузначное, а трёхзначное число. Другие требуют тщательной проверки. Например, необходимо проверить, действительно ли 100 делится на все перечисленные однозначные числа. Выполняя деление методом подбора, школьники устанавливают, что 100 не делится на 3. Нахождение остальных ошибок требует от школьников вдумчивости, внимательности, тщательного анализа текста, так как эти ошибки скрыты под правильными рассуждениями. Так, в случае проверки результата деления $4 : 2$. $2 + 2$ действительно равно 4. Однако проверять деление путём прибавления к частному делителя нельзя. Результат деления проверяется умножением частного на делитель. При вычислении произведения $28 \cdot 3$ Незнайка абсолютно верно заменил

его суммой трёх одинаковых слагаемых 28, однако посчитано значение этой суммы неверно. Правильный ответ — 84.

Задание направлено на развитие практического мышления, формирование навыков выполнения проверки и контроля, развитие внимания, воспитание тщательности в выполнении работы. Содержание задания позволяет повторить определение умножения, закрепить навык вычисления произведения с помощью замены его суммой одинаковых слагаемых, проверить сформированность навыков выполнения нетабличного деления способом подбора.

5 Правильное решение задачи требует внимательного прочтения условия. Ошибочное решение, которое, скорее всего, выполнят школьники, если будут ориентироваться на словесные стереотипы, не анализируя данные задачи, будет таким: 18 + 18 : 2 = 27 (р.). Нужно обратить внимание школьников на то, что в условии речь идёт о половине стоимости книги, а не о половине указанной суммы. Следовательно, 18 р. составляет половину стоимости книги, то есть книга стоит 18 · 2 = 36 (р.).

Задача направлена на развитие внимания, логического мышления, формирование умения анализировать условие задачи, искать решение конкретной задачи, не подгоняя её решение под изученный ранее алгоритм.

6 Выясним, какое количество комплектов можно составить с минимально возможным числом листов зелёной бумаги: 21 : 4 = 5 (ост. 1). Можно составить 5 комплектов. Останется 1 лист зелёной бумаги. Выясним, сколько листов красной бумаги можно положить в комплект, если формировать 5 комплектов: 17 : 5 = 3 (ост. 2) — в каждом комплекте будет по 3 листа красной бумаги. Останется 2 листа красной бумаги. Всего останется 2 + 1 = 3 листа бумаги. Попробуем брать в комплекты по 5 листов зелёной бумаги. 21 : 5 = 4 (ост. 1). Получится 4 комплекта и останется 1 лист зелёной бумаги. 17 : 4 = 4 (ост. 1), то есть в комплекты войдёт по 4 листа красной бумаги и останется 1 лист. Всего останется 1 + 1 = 2 листа.

Выясним, сколько получится комплектов, если использовать для каждого по 6 листов зелёной бумаги. 21 : 6 = 3 (ост. 3). Получится 3 комплекта и 3 листа зелёной бумаги останется. 17 : 3 = 5 (ост. 2). В комплектах будет по 5 листов красной бумаги и 2 листа останется. Всего останется 3 + 3 = 5 листов.

Проанализировав составленные выражения, можно заметить, что, увеличивая количество листов зелёной бумаги, мы уменьшаем количество формируемых комплектов. При этом количество листов красной бумаги в комплектах увеличивается. Так, если использовать для комплектов по 6 листов зелёной бумаги, то красной потребуется по 5 листов для каждого комплекта. Очевидно, что если брать в комплекты более чем по 6 листов зелёной бумаги, то красной понадобится более чем по 5 листов, а это не удовлетворяет условию задачи. Из рассмотренных случаев наименьшее число неиспользованных листов окажется в том случае, если формировать комплекты из 4 листов красной и 4 листов зелёной бумаги. При оговорённых в задаче условиях это оптимальный вариант формирования комплектов.

Задача имеет комбинаторный характер. Дети должны рассмотреть различные варианты формирования комплектов и выбрать вариант, наиболее полно отвечающий оговорённым в задаче условиям. Такие задания эффективны для развития логического мышления, формирования умения находить различные варианты решения, анализировать их с точки зрения требований задачи, выбирать наиболее оптимальный. Задача направлена на формирование умения рассуждать, делать обобщения, подмечать закономерности и делать выводы на основе отмеченных закономерностей. Задание позволяет повторить и обобщить знания по теме «Деление с остатком», проверить сформированность соответствующих умений и навыков.

7 Из 36 заготовок будет выточено 36 деталей. Стружки, образовавшиеся при изготовлении 6 деталей, можно переплавить в 1 заготовку. В 36 содержится 6 раз по 6. Следовательно, стружки от 36 заготовок можно переплавить в 6 заготовок, из которых будет сделано 6 деталей. В свою очередь, стружки от этих 6 заготовок можно переплавить в одну заготовку и сделать из неё ещё 1 деталь. Итак, всего из 36 заготовок можно сделать 36 + 6 + 1 = 43 детали.

Задача направлена на развитие логического мышления, внимания, формирование умения тщательно и вдумчиво анализировать условие задачи, устанавливать взаимосвязи между данными и искомым задачи. Задание позволяет повторить табличное деление на 6.

ЧИСЛА ОТ 1 ДО 1000

Нумерация

1 Очевидно, что в примерах *а*), *б*), *г*) между парами чисел нужно поставить знак «=», а в примерах *в*) и *д*) первое число меньше второго.

а) 320 = 320
б) 960 = 960
в) 138 < 183
г) 246 = 246
д) 901 < 901

Задание направлено на формирование навыков нумерации чисел концентра «Тысяча»: умения называть, записывать и сравнивать трёхзначные числа. Полезно организовать работу над заданием таким образом, чтобы дети сначала сравнили числа, восприняв их на слух, а уже потом записали их, поставили между ними соответствующие знаки и проверили свой первоначальный вывод. Задание способствует развитию внимания, абстрактного мышления, формированию умения оперировать отвлечёнными объектами (в частности, числами) в уме, не опираясь на их визуальную модель (запись с помощью цифр).

2 Задание направлено не только на формирование умений и навыков, связанных с нумерацией чисел в концентре «Тысяча», но и на повторение и закрепление материала предыдущих тем. Так, например, задания под номерами 2 и 6 позволяют повторить понятие «чётные и нечётные числа», вспомнить, какое из нечётных чисел является наименьшим, повторить таблицу умножения на 3, вспомнить, каким действием находится число, в несколько раз большее данного числа или в несколько раз меньшее. Отгадывание некоторых пунктов предполагает активную работу логического мышления, умения рассуждать, строить умозаключения, делать выводы.

Рассуждения при отгадывании кроссворда могут быть следующими.

1) В тысяче 100 десятков. В числе, которому не хватает до 1000 четырёх десятков, соответственно 96 десятков. Это число 960. Можно рассуждать и по-другому. 4 десятка — это 40 единиц. Искомое число на 40 меньше 1000. $1000 - 40 = 960$.

2) Наименьшее нечётное число — это 1. Первая цифра искомого числа 1. Вторая цифра равна $1 \cdot 3 = 3$. Третья цифра равна $3 \cdot 3 = 9$. Искомое число 139. Выполнение этого задания позволит повторить правило умножения единицы на число.

3) «Не больше двух сотен» означает, что искомое трёхзначное число может содержать 1 или 2 сотни. То есть это могут быть числа от 100 до 299. Наименьшим из них является число 100. Значит, искомое число 100. Задание содержит пропедевтику нестрогого неравенства.

4) Пара чисел, одно из которых меньше другого и на 2, и в 2 раза, — это 2 и 4. Следовательно, в искомом числе цифра сотен — 4, а цифра единиц — 2. Единственное число, которое меньше 4, но больше 2, — это 3. Следовательно, искомое число — 432.

5) Число, содержащее ровно 11 десятков, — это число, в котором 1 сотня, 1 десяток, 0 единиц. Следовательно, искомое число — 110.

6) Однозначные чётные числа — это 0, 2, 4, 6, 8. Те из них, для которых каждая последующая в 2 раза меньше предыдущей, — это 8, 4, 2. Искомое число — 842.

7) В тысяче 10 сотен. Значит, в числе, в котором хватает до тысячи одной сотни — 9 сотен. Наименьшее из таких чисел — 900. Искомому числу не хватает до тысячи 1 сотни и ещё 1 единицы. Следовательно, это число на 1 меньше 900, то есть это число 899.

8) Запись числа не может начинаться с 0. Значит, 0 — это цифра десятков или цифра единиц. Так как известно, что цифра единиц больше цифры десятков, то 0 — это цифра десятков. $0 + 3 = 3$. 3 — цифра единиц. $3 \cdot 3 = 9$. 9 — цифра сотен. Искомое число — 903.

9) Из условия следует, что на какое бы число мы ни умножали цифру десятков, всегда получится одно и то же число. Это возможно только в том случае, если цифра десятков — 0. При умножении 0 на любое число получается 0. Следовательно, цифра единиц искомого числа — 0. Среди чётных однозначных чисел на 3 делятся 0 и 6. Так как запись числа не принято начинать с 0, то цифра сотен искомого числа — 6. Искомое число — 600.

Работа над заданием способствует активизации познавательной деятельности школьников, формированию и развитию их мыслительных процессов, внимания. Разгадывая кроссворд, дети учатся обрабатывать информацию, представленную в текстовой форме, и представлять её в другой форме — числовой.

						①9	6	0						
			②1	3	9			③	③1	0	0			
④4	3	2				⑤1	1	0				⑥8	4	2
			⑦8	9	9				⑧9	0	3			
						⑨6	0	0						

Умножение и деление на 10, 100

1 а) Так как ○△□ > ○△ в 10 раз, то число ○△□ получается путём умножения числа ○△ на 10. При умножении натурального числа на 10 мы справа к этому числу приписываем один нуль. Следовательно, □ зашифрована цифра 0.

Так как ○□△ < ○△□ на 45, то из двух трёхзначных чисел, первая цифра которых одинакова, число с нулём в середине меньше числа с нулём на конце на 45. Это означает, что однозначное число △ меньше двузначного числа △□ на 45. То есть △ + 45 = △□. Единственное однозначное число, которое при сложении с 45 даёт двузначное число с 0 на конце, — это 5. $5 + 45 = 50$. Следовательно, △ — это 5. Тогда △□ — это 50.

○△ < △□ в 2 раза, 50 больше в 2 раза, чем 25. Значит, ○△ — это 25 и, соответственно, ○ — это 2.

Значит, △ — это 5, ○ — это 2, □ — это 0.

б) Так как △□○ > △□△ на 2, то ○ > △ на 2.

Так как △□□ > △ в 100 раз, то △□□ = △ · 100. При умножении на 100 мы к числу справа приписываем два нуля. Следовательно, □ — это нуль.

Неравенство △□ < ○□ в 2 раза, означает, что одно двузначное число с 0 на конце меньше другого двузначного числа с 0 на конце в 2 раза. Среди двузначных чисел, оканчивающихся нулём, этому условию удовлетворяют пары 10 и 20, 20 и 40, 30 и 60, 40 и 80. Согласно полученному ранее неравенству ○ > △ на 2, первая цифра одного числа из выписанных пар больше первой цифры другого числа на 2. Это верно только для пары чисел 20 и 40 (4 > 2 на 2). Следовательно, ○ — это 4, △ — это 2.

Значит, △ — это 2, ○ — это 4, □ — это 0.

Задание направлено на обобщение знаний учащихся о нумерации чисел концентра «Тысяча», формирование навыка умножения и деления на 10, 100. Задание эффективно для развития логического мышления учащихся, а именно для формирования таких мыслительных операций, как анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование. Задание способствует формированию умения рассуждать в общем виде, оперировать абстрактными моделями числа, наполнять эти модели конкретным содержанием, согласующимся с условием задания. При выполнении задания школьники будут использовать как индуктивные, так и дедуктивные рассуждения, выдвигать, проверять и обосновывать гипотезы. Всё это способствует формированию умения доказательно и последовательно излагать свои мысли, осуществлять самоконтроль и коррекцию полученных результатов, развитию математической интуиции и смекалки, воспитанию познавательного интереса и активной позиции в обучении. В задании по сути дела предлагается расшифровать закодированную информацию. Операция декодирования относится к основным операциям с информацией. Расшифровывая числа, дети должны извлечь информацию из условия, обработать её и получить новую информацию путём рассуждений. Умение работать с информацией — один из основных компонентов информационной культуры человека. А информационная культура в современном информационном обществе является важнейшим компонентом общей культуры.

2 При изучении темы «Умножение и деление на 10 и 100» дети должны усвоить не только то, что такое умножение (деление) на множестве натуральных чисел осуществляется путём приписывания (отбрасывания) соответствующего количества нулей, но, и это самое главное, понять механизм выполнения указанных действий. При умножении (делении) на 10, 100, 1000 и т.д. каждая цифра числа сдвигается на столько разрядов влево (вправо), сколько нулей в 10, 100, 1000 и т.д. Например, 24 · 10 = 240 цифра единиц числа 24 переместилась в разряд десятков, а цифра десятков — в разряд сотен, то есть каждая цифра сдвинулась на 1 разряд влево.

Понимание этого факта важно для подготовки детей к дальнейшему обучению. Ведь когда они будут умножать и делить на 10, 100, 1000 и т.д. десятичные дроби, механизм приписывания (отбрасывания) нулей уже не будет срабатывать.

3 1/2 мин = 30 с, 1/3 мин = 20 с. Значит, за 1 сут. часы уйдут вперёд на 10 с. Напрашивается вывод, что на 1 мин часы уйдут вперёд за 6 сут., то есть будут показывать на 1 мин больше 7 мая. Но это не так. Действительно, за день 1 мая часы ушли вперёд на 30 с, но за ночь отстали на 20 с. Значит, к утру 2 мая они показывали на 10 с больше реального времени. К вечеру 2 мая они показывали на 40 с больше реального времени, а к утру 3 мая — на 20 с больше. К вечеру 3 мая часы ушли вперёд на 50 с, а к утру 4 мая показывали на 30 с больше того времени, которое было на самом деле. Но уже к вечеру 4 мая часы показывали на 1 мин больше реального времени. Следовательно, часы ушли вперёд на 1 мин к вечеру 4 мая.

Задание направлено на повторение и закрепление знаний и умений по темам «Доли» и «Единицы времени», развитие логического мышления, внимания, математической интуиции. Задания, подобные этому, приучают школьников вдумчиво относиться к выполнению решения, не ориентироваться на имеющиеся образцы решения «типовых» задач. С помощью задания формируется продуктивный способ деятельности.

Сравнение трёхзначных чисел

1 Трёхзначные числа мы начинаем сравнивать по числу сотен. Удобно расположить планеты в столбик в порядке возрастания или убывания числа сотен в их номерах. Больше всего сотен содержит номер планеты X (7 сотен). 6 сотен содержат номера планет F, C и D. 5 сотен содержат номера планет Y и Z. Номер планеты B содержит меньше 5 сотен. Тогда названия планет можно расположить следующим образом:

$X \quad F, C, D \quad Y, Z \quad B$

Сравним номера планет, оказавшихся в одной строчке. Для этого будем сравнивать число десятков, содержащихся в их номерах. Номер планеты F содержит 4 десятка, а номера планет C и D содержат 8 десятков. Следовательно, их названия можно расположить в порядке убывания следующим образом:

$X \quad C, D \quad F \quad Y, Z \quad B$

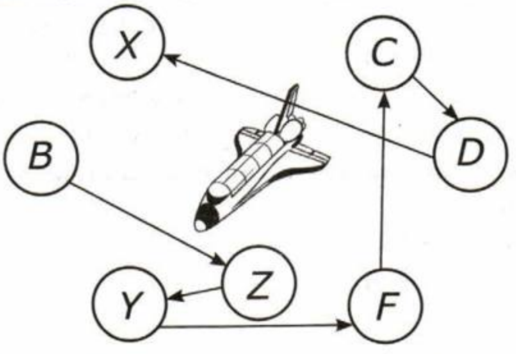
Аналогично, номер планеты Y содержит 9 десятков, а номер планеты Z — 8 десятков. Следовательно, их можно расположить так:

$X \quad C, D \quad F \quad Y \quad Z \quad B$

Осталось сравнить номера планет C и D по количеству содержащихся в них единиц. Номер планеты C содержит 3 единицы, а номер планеты D — 7 единиц. Следовательно, номер планеты C меньше номера планеты D, и их нужно расположить так:

$X\ D\ C\ F\ Y\ Z\ B.$

Тогда трасса для корабля астронавтов будет выглядеть так:



Задание направлено на формирование навыка сравнения трёхзначных чисел. Выполняя задание, школьники отрабатывают алгоритм сравнения. При этом они не могут выполнять сравнение автоматически, не обращая внимание на поразрядовый принцип этого действия. Так как точные номера большинства планет установить нельзя, им приходится оперировать только данными о содержащемся в этих номерах числе сотен и десятков. Такая работа является эффективной пропедевтикой сравнения десятичных дробей, для которого понимание поразрядового принципа этого действия весьма важно. Задание направлено на формирование умения пользоваться математической теорией, развитие логического мышления, в частности таких операций, как анализ и сравнение, на развитие речи.

2 Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер.

Задание направлено на закрепление навыков сравнения трёхзначных чисел и повторение знаний учащихся о нумерации чисел концентра «Тысяча». Задание способствует расширению кругозора учащихся, воспитанию любознательности, формированию познавательных интересов школьников.

Римская нумерация

1 При выполнении каждого задания учитель должен обращать внимание учащихся на то, как облегчает работу поразрядовый принцип, положенный в основу арабской нумерации.

а) В первом примере с арабскими цифрами сделать вывод о том, какое число больше, можно, сравнивая количество разрядов этих чисел. Для записи числа 359 потребовалось 3 цифры, а для записи числа 34 две цифры. Значит, 359 > 34. Работая с римскими числами, на количество цифр, потребовавшихся для записи числа, ориентироваться нельзя. Так, для записи числа DL потребовалось всего две цифры, а для записи числа XXXVII — шесть цифр. Однако DL > XXXVII (550 > 37).

б) Во втором примере сравниваются арабские числа по первой цифре. Цифра, стоящая в разряде сотен первого числа (4), меньше цифры, стоящей в разряде сотен второго числа (5). Значит, 451 < 514. Во втором примере с римскими числами количество цифр, потребовавшихся для записи обоих чисел, одинаково и первая цифра первого числа — C (100) больше первой цифры второго числа — L (50). Однако на основании этого нельзя утверждать, что первое число больше второго.

CLX = 100 + 50 + 10 = 160.

LDX = 500 − 50 + 10 = 460.

CLX < LDX.

в) В третьем примере количество цифр в записи чисел одинаково, первые цифры чисел одинаковы, вторая цифра первого числа больше второй цифры второго числа. Значит, 348 > 326. Аналогичная ситуация и в паре римских чисел. CXV и CVL — вторая цифра первого числа больше второй цифры второго числа. Однако и здесь вывод о том, что первое число больше второго, неверный. CXV=100 + 10 + 5 = 115. CVL = 100 + (50 − 5) = 145 — второе число больше первого. Таким образом, сравнение римских чисел — процесс более трудоёмкий, чем для арабских чисел, сравнение которых может производиться практически автоматически.

2 В данном задании необходимо показать школьникам, что благодаря поразрядовому принципу, положенному в основу арабской нумерации, процесс чтения и называния арабских чисел прост и однозначен: мы видим, какое место занимает цифра в записи числа, и в соответствии с этим даём ей название.

Так, например, в числе 86 первая цифра читается «восемьдесят», так как стоит в разряде десятков, а в числе 860 — «восемьсот», так как стоит в разряде сотен. В римской нумерации процесс чтения и называния чисел значительно труднее: мы не можем дать название цифре, ориентируясь на то, какое место она занимает в записи числа. Кроме этого, для того чтобы прочитать число, требуется выполнить арифметические операции с цифрами, используемыми для его записи. При этом нужно быть очень внимательным и не перепутать, в каком случае выполняется сложение, а в каком вычитание. Часто запись числа в римской нумерации оказывается гораздо более громоздкой, чем запись того же числа в арабской нумерации, что также затрудняет процесс чтения и называния римских чисел. Так, число XLIV = (50 − 10) + (5 − 1) = 44. Для того чтобы прочитать это число, потребовалось выполнить три арифметические операции. В арабской системе счисления это число записано двумя цифрами, а в римской — четырьмя. Аналогично и остальные числа:

CCXVIII = 100 + 100 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 218

LXXXVI = 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 = 86

CLIX = 100 + 50 + (10 − 1) = 159

CCCXLII = 100 + 100 + 100 + (50 − 10) + 1 + 1 = 342

XLIV → 44

CCXVIII → 218

LXXXVI → 86

CLIX → 159

CCCXLII → 342

3 Выполняя задание, следует обратить внимание, что при сложении и вычитании арабских чисел действует тот же поразрядовый принцип, что и при чтении, названии и сравнении: единицы складываются с единицами, десятки с десятками и т.д.

Так, 26 + 34 = (20 + 30) + (6 + 4) = 60

231 + 456 = (200 + 400) + (30 + 50) + (1 + 6) = 687

843 − 232 = (800 − 200) + (40 − 30) + (3 − 2) = 611

98 − 75 = (90 − 70) + (8 − 5) = 23

Так как в римской нумерации нельзя установить соответствие между разрядами чисел, с которыми выполняются действия, то выполнить здесь сложение и вычитание значительно труднее. Из-за отсутствия разрядов здесь нельзя складывать и вычитать числа в столбик. Выполняя это задание, целесообразно предложить детям выполнить действия, не переходя к арабской нумерации. Если это не получится, то перейти к записи чисел в позиционной системе счисления, выполнить действия и ответ перевести в римскую систему счисления. Если действия будут выполнены в римской системе счисления, то необходимо осуществить проверку, перейдя к арабской нумерации. Результаты должны быть такими:

LVI + XXXIV = (L + XXX) + (VI + IV) = LXXX + X = XC

CXII + CCLIII = (C + CC) + (X + L) + (II + III) = CCCLXV

DCLV − CXLIV = (DC − C) + (L − XL) + (V − IV) = DXI

XCVIII − LVII = (XC − L) + (VIII − VII) = XLI

Главная цель выполнения этого задания — довести до сознания детей, что изобретение позиционной системы счисления — это одно из величайших открытий человечества.

Задание направлено на расширение кругозора и поднятие общего культурного уровня младших школьников, формирование их научного мировоззрения и математической грамотности. Выполнение различных действий с римскими числами эффективно для развития логического мышления детей. Задание способствует воспитанию любознательности, формированию и развитию познавательного интереса, воспитанию активной позиции в обучении.

Единицы массы

1 2 кг 500 г серебра хватит, чтобы отлить 12 древнеславянских рублей.

Задание направлено на формирование навыков работы с единицами массы — килограммом и граммом, формирование навыка решения текстовых задач, повторение деления с остатком, развитие любознательности и познавательных интересов, расширения общего кругозора школьников.

2 Для примера *а*) наименьшая из возможных цифра 4: 4 кг 534 г < 4537 г.

Наибольшая из возможных цифра 9: 4 кг 534 г < 9537 г.

Неравенство будет верным, если в «окошке» будут цифры 4, 5, 6, 7, 8, 9, то есть всего возможно 6 правильных решений.

В примере *б*) наименьшая из возможных цифр 1. 3 кг 28 г < 3126 г. Наибольшая из возможных — цифра 9: 3 кг 28 г < 3 926 г.

Возможны ответы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Всего 9 правильных ответов.

В примере *в*) наименьшая из возможных цифра 0: 3485 г > 0 кг 484 г.

Наибольшая из возможных цифра 3: 3485 г > 3 кг 484 г.

Возможны ответы: 0, 1, 2, 3. Всего 4 правильных ответа.

В примере *г*) ни при какой цифре, подставленной в «окошко», неравенство не будет верным. Это задание решения не имеет.

Задание направлено на формирование навыков работы с единицами массы килограмм и грамм, перевода одних единиц измерения в другие, навыков сравнения именованных чисел, закрепление навыков сравнения многозначных чисел, развитие логического мышления, внимания, формирование умения находить все решения задачи и выбирать из них те, которые удовлетворяют требованиям задачи. Задание позволяет формировать понимание того, что математическая задача может не иметь решения. При этом если дано аргументированное обоснование этого вывода, то задача считается решённой.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ

Приёмы устных вычислений

1 В примерах *а*) и *б*) использован приём представления числа в виде суммы удобных слагаемых. Рассуждать нужно «с конца». В примере *а)* к сумме, стоящей в скобках, прибавили 60, в результате получили 460. Значит, значение суммы, стоящей в скобках, равно 400. Значит, к 380 прибавили 20. То есть второе слагаемое было представлено в виде суммы удобных слагаемых 20 и 60. Это слагаемое — 80.

$380 + 80 = (380 + 20) + 60 = 460$

$\quad\quad\quad\quad 20 \quad 60$

Аналогично решается пример *б*).

$430 - 70 = (430 - 30) - 40 = 360$

$\quad 30 \quad 40$

В примерах *в*) и *г*) использован приём представления чисел в виде суммы разрядных слагаемых. Рассуждения могут быть следующими:

$5\square 3 + \square 4\square = (500 + \square 00) + (\square 0 + 40) + (3 + \square) = 895 =$

$= 8$ сот. 9 дес. 5 ед.

8 сот. получится, если к 5 сот. прибавить 3 сот. Значит, в первых скобках в правой части равенства в «окошке» должна быть цифра 3. 9 дес. получится, если 4 дес. прибавить к 5 дес. Значит, во вторых скобках в правой части равенства в «окошке» должна быть цифра 5. 5 единиц получится, если к 3 ед. прибавить 2 ед. Значит, в третьих скобках в правой части равенства в «окошке» должна быть цифра 2.

$5\square 3 + \square 4\square = (500 + 300) + (50 + 40) + (3 + 2)$

То есть первое слагаемое содержит 5 десятков, а второе слагаемое — 3 сот. и 2 ед. Заполняем соответствующие «окошки»:

$553 + 342 = (500 + 300) + (50 + 40) + (3 + 2) = 895$

Аналогично рассуждаем при решении примера *г*).

$65\square - 3\square 1 = (600 - 300) + (50 - 20) + (7 - 6) = 336$

$657 - 321 = 336$

Задание направлено на формирование навыков устных вычислений, отработку различных приёмов устных вычислений, формирование и развитие вычислительной культуры учащихся, развитие логического мышления, формирование умения рассуждать и аргументированно обосновывать свои действия.

2 а) Разность $\square - 420$ больше 400 на 4 десятка.

Это значит, что $\square - 420 = 400 + 40 = 440$.

$\square = 860$, так как $860 - 420 = 440$.

Аналогично рассуждаем при решении остальных примеров.

Задание направлено на формирование навыка устных вычислений, пропедевтику решения неравенств и уравнений.

3 Устные приёмы вычислений можно использовать не только для чисел, оканчивающихся 0, но и для любых других чисел. Например:

$436 + 342 = (400 + 300) + (30 + 40) + (6 + 2) = 700 + 70 + 8 = 778$

$400 \; 30 \; 6 \quad\quad 300 \; 40 \; 2$

597 − 361 = (500 − 300) + (90 − 60) + (7 − 1) = 200 + 30 + 6 = 236

500 90 7   300 60 1

Устно при этом можно рассуждать так: 436 + 342. Складываем сотни: 4 сот. + 3 сот. = 7 сот. Складываем десятки: 3 дес. + 4 дес. = 7 дес. Складываем единицы: 6 ед. + 2 ед. = 8 ед. Итак, 436 + 342 = 7 сот. 7 дес. 8 ед. = 778.

597 − 361. Вычитаем сотни: 5 сот.− 3 сот. = 2 сот. Вычитаем десятки:

9 дес. − 6 дес. = 3 дес. Вычитаем единицы: 7 ед. − 1 ед. = 6 ед. Итак, 597 − 361 = 2 сот. 3 дес. 6 ед. = 236.

Устные вычисления проводятся аналогично рассмотренного образца.

а) 742 + 235 = (700 + 200) + (40 + 30) + (2 + 5) = 900 + 70 + 7 = 977

700 40 2   200 30 5

б) 878 − 453 = (800 − 400) + (70 − 50) + (8 − 3) = 400 + 20 + 5 = 425

800 70 8   400 50 3

в) 359 − 247 = (300 − 200) + (50 − 40) + (9 − 7) = 100 + 10 + 2 = 112

300 50 9   200 40 7

г) 452 + 136 = (400 + 100) + (50 + 30) + (2 + 6) = 500 + 80 + 8 = 588

400 50 2   100 30 6

Задание направлено на формирование навыков устных вычислений, формирование вычислительной культуры, подготовку к усвоению приёмов письменных вычислений.

4 Возможны два варианта решения:

1) 

2) 

Задание направлено на развитие сообразительности, смекалки, математической интуиции, логического мышления. Задание позволяет актуализировать знания детей о римских числах, полученные на предыдущих уроках.

Приёмы письменных вычислений

1 В Древней Индии математические вычисления обычно выполняли тонкой палочкой на доске, покрытой песком. При этом довольно часто приходилось записанную ранее цифру стирать и записывать на её место новую, полученную при вычислениях. Проверить по сохранившейся на доске записи результат вычислений было довольно сложно. Индийские математики нашли иной способ проверки действий — проверку девяткой.

Проверка девяткой основана на том, что остаток от деления числа на 9 всегда равен остатку от деления суммы цифр этого числа на 9. Например, при делении 372 на 9 остаток получится такой же, как и при делении на 9 суммы $3 + 7 + 2 = 12$. А остаток от деления 12 на 9 равен сумме цифр $1 + 2 = 3$. Действительно, $12 : 9 = 1$ (ост. 3). Число 3 называется укороченным числом для числа 372.

Проверку результата сложения девяткой проводят следующим образом: $577 + 321 = 898$.

1) Найдём укороченное число для первого слагаемого: $5 + 7 + 7 = 19$

$1 + 9 = 10 \quad 1 + 0 = 1$

2) Найдём укороченное число для второго слагаемого: $3 + 2 + 1 = 6$

3) Найдём укороченное число для суммы: $8 + 9 + 8 = 25$. $2 + 5 = 7$

4) Если сумма укороченных чисел слагаемых равна укороченному числу суммы, то сложение выполнено верно. Проверяем: $1 + 6 = 7$ — верно. Ошибки в вычислениях не обнаружено.

Проверить девяткой можно и результат вычитания.

Например, $547 - 324 = 223$.

1) Найдём укороченное число уменьшаемого: $5 + 4 + 7 = 16$; $1 + 6 = 7$.

2) Найдём укороченное число вычитаемого: $3 + 2 + 4 = 9$.

3) Найдём укороченное число разности: $2 + 2 + 3 = 7$.

4) Сложим укороченные числа разности и вычитаемого и найдём укороченное число этой суммы: $9 + 7 = 16$; $1 + 6 + 7$.

5) Если результат равен укороченному числу уменьшаемого, то действие выполнено верно. Проверим: $7 = 7$ — верно. Ошибки в вычислениях не обнаружено.

а) $3 + 7 = 10$	$10 : 9 = 1$ (ост. 1)	$8 + 3 = 11$	$83 : 9 = 9$ (ост. 2)
$1 + 0 = 1$		$1 + 1 = 2$	
$1 = 1$		$2 = 2$	
$9 + 4 = 13$	$94 : 9 = 10$ (ост. 4)	$4 + 6 = 10$	$46 : 5 = 9$ (ост. 1)
$1 + 3 = 4$	$4 = 4$	$1 + 0 = 1$	$1 = 1$

б) 1) $\begin{array}{r} +\,347 \\ 459 \\ \hline 806 \end{array}$ $\quad 3 + 4 + 7 = 14 \quad 1 + 4 = 5$

$4 + 5 + 9 = 18 \quad 1 + 8 = 9$

$5 + 9 = 14$

$8 + 6 = 14 \quad 1 + 4 = 5$

$1 + 4 = 5$

$5 = 5$ — верно

2) $\begin{array}{r} -\,841 \\ 236 \\ \hline 605 \end{array}$ $\quad 8 + 4 + 1 = 13 \quad 1 + 3 = 4$

$2 + 3 + 6 = 11 \quad 1 + 1 = 2$

$4 - 2 = 2$

$6 + 0 + 5 = 11$

$1 + 1 = 2$

$2 = 2$ — верно

3) $\begin{array}{r} +\,574 \\ \underline{236} \\ 810 \end{array}$ $5 + 7 + 4 = 16$ $1 + 6 = 7$

$2 + 3 + 6 = 11$ $1 + 1 = 2$

$7 + 2 = 9$

$8 + 1 + 0 = 9$

$9 = 9$ — верно

4) $\begin{array}{r} +\,842 \\ \underline{471} \\ 371 \end{array}$ $8 + 4 + 2 = 14$ $1 + 4 = 5$

$4 + 7 + 1 = 12$ $1 + 2 = 3$

$5 - 3 = 2$

$3 + 7 + 1 = 11$

$1 + 1 = 2$

$2 = 2$ — верно

Задание направлено на отработку навыков устных и письменных вычислений, а также деления с остатком. Работа над заданием расширяет кругозор, формирует познавательные интересы, воспитывает интерес к математике. В ходе работы над заданием школьники знакомятся с несложным и нестандартным способом проверки вычислений. Это побуждает их к осуществлению самоконтроля проводимых вычислений. Формирование потребности в самоконтроле — важнейший компонент воспитания вычислительной и математической культуры учащихся, а умение выполнять проверку результатов своих действий — одно из общеучебных умений, которое будет востребовано не только при изучении математики, но и при изучении физики, химии, информатики.

2 Начинаем вычитать с разряда единиц. В разности в разряде единиц стоит 9. Это невозможно, если вычитание производилось от 3. Значит, вычитали из 13. Для этого заняли одну единицу следующего разряда (один десяток). Чтобы при вычитании из 13 получилось 9, вычитаемое должно быть равно 4. Итак, цифра единиц вычитаемого — 4. При вычитании единиц мы заняли одну единицу следующего разряда. Теперь в разряде десятков уменьшаемого стоит 3. От 3 отнять 7 мы не можем. Занимаем из разряда сотен и вычитаем из 13 − 7. 13 − 7 = 6. В разряде десятков разности цифра 6. В разряде сотен уменьшаемого теперь цифра 4. При вычитании сотен в разности получилось 2. Значит, отнимали от 4 − 2. Итак, в разряде сотен вычитаемого стоит 2. Пример должен быть записан так: $\begin{array}{r} -\,543 \\ \underline{274} \\ 269 \end{array}$

б) $\begin{array}{r} -\,551 \\ \underline{338} \\ 213 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} -\,740 \\ \underline{337} \\ 403 \end{array}$ г) $\begin{array}{r} -\,588 \\ \underline{368} \\ 220 \end{array}$

Результат расшифровки проверяем вычислениями. Аналогично рассуждаем при решении остальных примеров.

Задание направлено на формирование навыков письменных вычислений, развитие логического мышления, формирование умения извлекать информацию из имеющихся данных, обрабатывать её путём рассуждений, делать выводы, аргументированно обосновывать и проверять их. Задание способствует развитию познавательной активности, воспитанию интереса к предмету.

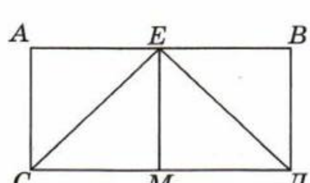
Виды треугольников

Обе задачи направлены на пропедевтику обучения доказательству. Они знакомят младших школьников с формулировками математических задач, использующих слово «докажи». Работа над заданиями учит школьников проводить рассуждения, оперировать математической теорией, строить дедуктивные умозаключения, делать логические выводы.

1 Задача арифметическая. Используемое в её формулировке слово «докажи» делает её более эффективной для развития логического мышления школьников, формирования умения рассуждать и воспитания математической культуры в сравнении с аналогичной задачей, вопрос которой сформулирован с помощью слов «найди третью сторону треугольника». При работе над задачей дети должны вспомнить изученную математическую теорию и построить свои рассуждения следующим образом: «В равнобедренном треугольнике хотя бы две стороны равны. Значит, для того чтобы доказать, что треугольник равнобедренный, нужно найти его стороны и выяснить, есть ли среди них равные». Далее, выполняя соответствующие арифметические действия, дети убеждаются, что треугольник имеет только две равные стороны. Значит, он равнобедренный, но не равносторонний.

Выполняя задание, школьники повторяют понятие «периметр», отрабатывают и закрепляют навыки действий с численными значениями длины, выраженными в разных единицах измерения.

2 Задача геометрическая, не имеющая ни одного числового данного. Ученики должны решить её, используя только логические рассуждения и работая с чертежом. На чертеже видно, что точка E — середина стороны AB прямоугольника $ABДC$. Найдём середину стороны $CД$ и поставим точку M. Соединим точки E и M.



Отрезок EM разбил прямоугольник на два равных прямоугольника: $AEMC$ и $MEBД$. Площадь каждого из этих прямоугольников равна половине площади прямоугольника $ABДC$. $S_{AEMC} = S_{ABДC} : 2$. Треугольник $CДE$ отрезком EM также разбивается на два равных треугольника, любой из которых составляет половину прямоугольников $AEMC$ и $MEBД$, и, следовательно, 1/4 долю прямоугольника $ABДC$. Значит, $S_{ACE} = S_{CME} = S_{ДME} = S_{ДBE} = S_{ABCД} : 4$. Площадь каждого из этих треугольников в 4 раза меньше площади прямоугольника $ABДC$. Значит, площадь двух таких треугольников (треугольник CME и треугольник $ДME$) в 2 раза меньше площади прямоугольника $ABДC$. Что и требовалось доказать.

Задачи направлены на развитие логического мышления, формирование геометрических представлений, закрепление таких понятий, как «площадь», «периметр», «доля», формирование навыка работы с геометрическими чертежами.

Повторение и закрепление

1 Если бы Кот Котофеич добросовестно ловил мышей каждую ночь, то получил бы $26 \cdot 3 = 78$ пирожков. Но он получил на 16 пирожков меньше ($78 - 62 = 16$ пир.), чем мог бы. Каждую ночь, которую он проспал, Кот не получал трёх пирожков от Бабы-яги да ещё отдавал 1 свой пирожок, то есть лишился $3 + 1 = 4$ пирожков. $16 : 4 = 4$. Значит, 4 ночи из 26 Кот проспал.

Задание направлено на формирование умения искать решения текстовой задачи, не соотнося её с какой-то из типовых задач. Выполнение задания учит детей рассуждать, представлять информацию, имеющуюся в условии задачи, в виде математических выражений, способствует развитию логического мышления. Сказочный сюжет задачи, несомненно, вызовет интерес у младших школьников и будет способствовать активизации их познавательной деятельности.

2 Когда отцу Васи был 31 год, Васе было 8 лет, а теперь отец старше Васи в 2 раза. Сколько лет прошло с тех пор?

Отец старше Васи на 23 года. Обозначим возраст Васи a лет. Тогда $a + 23$ (года) — возраст отца. Так как по условию задачи отец старше Васи в 2 раза, то возраст отца можно выразить так: $a \cdot 2$. Тогда $a + 23 = a \cdot 2$. По определению умножения $a \cdot 2 = a + a$. Тогда $a + 23 = a + a$ — суммы равны, первые слагаемые (a) в каждой сумме одинаковы, следовательно, и вторые слагаемые должны быть одинаковыми. Значит, $a = 23$. Итак, сейчас Васе 23 года. Следовательно, прошло $23 - 8 = 15$ (лет).

Задание направлено на формирование умения моделировать ситуацию, предлагаемую условием задачи, с помощью математических выражений, в том числе и буквенных. Это умение является неотъемлемой и важнейшей составной частью навыка решения текстовых задач и математического образа мышления. Задание способствует развитию логического мышления, пропедевтике решения задач уравнением, повторению определения умножения.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ

Приёмы устных вычислений

1 а) Запись первого множителя оканчивается на 3. Чтобы умножить это число на однозначное число, можно воспользоваться одним из приёмов устных вычислений, а именно: представить 103 в виде суммы разрядных слагаемых: $103 = 100 + 3$, и каждое из слагаемых умножить на это однозначное число, а произведения сложить. При умножении 100 на любое число получится число, оканчивающееся нулем. А при умножении 3 на любое однозначное число не получится число, оканчивающееся нулём. Следовательно, и в сумме не получится число, оканчивающееся нулём, а это значит, что тройкой первый множитель оканчиваться не может. По этой же причине этот множитель не может оканчиваться и единицей. Значит, на последнем месте в первом множителе должен стоять 0. Возможны варианты: 1) первый множитель равен 310; 2) первый множитель равен 130.

Рассмотрим каждый из них. Попробуем подобрать второй множитель для числа 310. $310 \cdot 1 = 310 < 390$; $310 \cdot 2 = 620 > 390$.

Следовательно, для числа 310 нельзя подобрать второй множитель, чтобы произведение равнялось 390. Значит, первый множитель должен быть 130. Методом подбора находим второй множитель. $130 \cdot 3 = 390$. Под маской лисы «спряталось» число 3.

б) Так как множитель не может быть больше произведения, то очевидно, что цифры первого множителя перепутаны. Так как произведение оканчивается не на 0, то и первый множитель не может оканчиваться нулём. Так как запись числа нулём не начинается, то нуль в нём может стоять только в середине. Таким образом, возможны два варианта: 402 или 204. Так как для числа 402 нельзя подобрать такой второй множитель, чтобы произведение равнялось 408, то первый множитель может быть только 204. Методом подбора найдём второй множитель: $204 \cdot 2 = 408$. Под маской обезьяны «спряталось» число 2.

в) Используя тот же ход рассуждений, что и при решении примера *а*), приходим к выводу, что первый множитель не может оканчиваться единицей. Однако он может оканчиваться цифрой 5, так как $5 \cdot 2 = 10$ — число с нулём на конце. Может он оканчиваться и нулём. Следовательно, первый множитель может быть 510, 150, 105. Пробуя подобрать второй множитель для каждого из этих чисел так, чтобы произведение равнялось 750, приходим к выводу, что первый множитель — 150, а под маской совы «спряталось» число 5.

г) Аналогично примеру *а*), приходим к выводу, что первый множитель не может оканчиваться 1 и 3. Значит, 0 в первом множителе стоит на месте. Так как для 310 нельзя подобрать второго множителя, чтобы произведение равнялось 520, то первый множитель равен 130. Методом подбора находим, что под маской зайца «спряталось» число 4.

Задание направлено на развитие логического мышления, смекалки; на формирование умения извлекать информацию из имеющихся данных, обрабатывать её при помощи теоретических знаний, делать выводы, используя дедуктивные рассуждения; на закрепление навыков устных вычислений, обобщение соответствующих теоретических знаний.

2 Задача относится к задачам, решаемым «с конца». Результат 210 получается в результате умножения некоторого числа на 7. Значит, предыдущее число в 7 раз меньше 210. Рассуждая аналогично, получаем цепочку вычислений, обратную той, которую составил автор для задуманного числа:

$210 : 7 = 30$

$30 \cdot 9 = 270$

$270 - 140 = 130$

$130 \cdot 2 = 260$

$260 - 80 = 180$

$180 : 3 = 60$ — задуманное число.

Задание направлено на формирование и совершенствование навыков устных вычислений, закрепление и обобщение знаний о взаимно-обратных действиях, развитие логического мышления, познавательной активности, самостоятельности. Взаимная проверка работы друг у друга способствует формированию навыков контроля, развитию внимания, воспитанию чувства ответственности.

3 Это задание даёт возможность познакомить школьников с одним из основных методов математических рассуждений — методом «от противного». Рассуждать можно следующим образом.

а) Предположим, что ни один из множителей не больше 8. Тогда они меньше или равны 8. В этом случае произведение будет наибольшим, если оба множителя равны 8. $8 \cdot 8 = 72 < 75$. Значит, хотя бы один из множителей должен быть больше 8.

б) Предположим, что первая цифра данного числа не 1. Тогда произведение будет наименьшим, если число равно 20. Но $20 \cdot 5 = 100$ — число трёхзначное. Следовательно, данное число должно быть меньше 20. Значит, его первая цифра будет 1.

Задание направлено на развитие логического мышления; на формирование умения выполнять дедуктивные рассуждения, чётко и доказательно аргументировать свои выводы. Задание содержит пропедевтику обучения доказательству.

Приёмы письменных вычислений

1. Учащиеся должны найти рациональный способ решения. Для того чтобы ответить на вопрос задачи, не нужно вычислять оба произведения, а потом делить одно из них на другое. Достаточно вычислить значение произведения $2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$.

Второе произведение будет в 672 раза больше первого.

Задание направлено на формирование навыков письменного умножения на однозначное число, развитие логического мышления и внимания.

2. Общая ёмкость всех баков равна $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$ литров. Пусть общая ёмкость двух баков, купленных первым покупателем, равна некоторому числу a. Так как общая ёмкость баков, купленных вторым покупателем, в 2 раза больше, то она равна $a \cdot 2$. Тогда общая ёмкость пяти купленных баков равна $a + a \cdot 2$. Используя знание определения умножения, заменим произведение $a \cdot 2$ суммой одинаковых слагаемых. Получим $a + (a + a) = a + a + a$. Снова используем знание определения умножения и заменим сумму одинаковых слагаемых произведением. Получим $a + a + a = a \cdot 3$. Таким образом, общая ёмкость купленных пяти баков равна числу, которое делится на 3, так как произведение $a \cdot 3$ содержит множитель 3. Вычитая из 119 поочерёдно 15, 16, 18, 19, 20 и 31, находим, в каком случае разность будет делиться на 3. Делимость проверяем непосредственными вычислениями. Это возможно только в том случае, если из 119 вычесть 20. Таким образом, в магазине остался бак ёмкостью 20 л.

Работа над заданием способствует формированию умения решать текстовую задачу без соотнесения её с шаблоном решения некоторой типовой задачи. При решении этой задачи дети вынуждены думать именно над ней, а не вспоминать, какие похожие задачи они решали раньше. Это способствует развитию логического мышления, формированию умения анализировать условие, моделировать условие задачи в виде математических выражений (в данном случае не только числовых, но и буквенных). При решении задачи используются как дедуктивные, так и индуктивные рассуждения (исследование всех возможных случаев — метод полной индукции).

Задание направлено на формирование навыков письменного деления, в том числе деления с остатком. Задание позволяет повторить определение умножения, вспомнить способ работы с этим определением. Задание содержит пропедевтику решения задач уравнением.

3. Так как произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ содержит множитель 5, то оно делится на 5 без остатка, то есть значение этого произведения будет числом, самым близким к числу $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$,

которое делится на 5 без остатка. Произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ на 1 меньше данного числа $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$. Значит, остаток от деления на 5 будет равен 1. Неполное частное при этом будет равно частному от деления числа $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ на 5. Это частное равно значению произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 = 144$. Результат подтверждается непосредственными вычислениями.

Задание направлено на закрепление навыков письменного умножения и деления на однозначное число, на повторение и обобщение знаний о делении с остатком: на формирование рационального стиля мышления и математической культуры; на развитие логического мышления, умения использовать математическую теорию для решения практических задач.

4 При умножении последней цифры первого множителя получилось 4 или число, оканчивающееся на 4. Вспомнив таблицу умножения, приходим к выводу, что последняя цифра первого множителя может быть или 1, или 6. Исследуем оба случая.

$$\times\begin{array}{r} *41 \\ 4 \\ \hline 9*4 \end{array}$$

При умножении 1 на 4 получаем однозначное число 4. Цифру 4 записываем в разряд единиц произведения. Умножаем десятки: $4 \cdot 4 = 16$. Цифру 6 пишем в разряд десятков произведения, а 1 запоминаем:

$$\times\begin{array}{r} *4* \\ 4 \\ \hline 964 \end{array}$$

Тогда 9 — это результат умножения цифры сотен первого множителя на 4 и прибавления к произведению 1. Цифра сотен первого множителя — 2, так как $2 \cdot 4 + 1 = 9$. Итак, получаем: 241

$$\times\begin{array}{r} *46 \\ 4 \\ \hline 9*4 \end{array}$$

$6 \cdot 4 = 24$. Цифру 4 пишем в разряд единиц произведения, а 2 запоминаем. Умножаем десятки: $4 \cdot 4 + 2 = 18$. Цифру 8 пишем в разряд десятков произведения, а 1 запоминаем:

$$\times\begin{array}{r} *46 \\ 4 \\ \hline 984 \end{array}$$

Рассуждая аналогично первому случаю, приходим к выводу, что цифра сотен первого множителя — 2.

$$\times\begin{array}{r} 246 \\ 4 \\ \hline 984 \end{array}$$

Итак, пример *а*) может быть расшифрован двумя способами.

б) Умножаем единицы: $3 \cdot 5 = 15$. Цифру 5 пишем в разряд единиц произведения, а 1 запоминаем.

$$\begin{array}{r} \times\,1{*}3 \\ 5 \\ \hline 8{*}5 \end{array}$$

Нам не известна ни цифра десятков первого множителя, ни цифра десятков произведения. Рассмотрим умножение цифры сотен. $1 \cdot 5 = 5$, а в произведении в разряде сотен стоит цифра 8. $8 = 5 + 3$. Следовательно, 3 мы запомнили при умножении десятков. Следовательно, при умножении цифры десятков получилось число, большее или равное 30. Это число получается при умножении цифры десятков первого множителя на 5 и прибавления к результату единицы. Это число может быть 31 или 36.

Рассмотрим оба случая.

1) $31 - 1 = 30$. $30 = 6 \cdot 5$. Тогда в разряде десятков первого множителя стоит цифра 6, а в разряде десятков произведения — 1:

$$\begin{array}{r} \times\,163 \\ 5 \\ \hline 815 \end{array}$$

2) $36 - 1 = 35$. $35 = 7 \cdot 5$. Тогда в разряде десятков первого множителя стоит 7, а в разряде десятков произведения — 6.

$$\begin{array}{r} \times\,173 \\ 5 \\ \hline 865 \end{array}$$

Итак, пример *б*) также может быть расшифрован двумя способами.

в) Начинаем делить с разряда сотен. $9 : 4$ — берём по 2. В разряде сотен частного будет 2. $4 \cdot 2 = 8$, $9 - 8 = 1$. Тогда имеем:

$$\begin{array}{rl} -\,9{*}8 & \big|\,4 \\ \underline{*\phantom{{*}8}} & \big|\,\overline{{*}4{*}} \\ -\,{*}{*} & \\ \underline{{*}{*}} & \\ -\,2{*} & \\ \underline{{*}{*}} & \\ 0 & \end{array}$$

Число 1* при делении на 4 даёт неполное частное 4 и остаток 2.
$4 \cdot 4 + 2 = 18$. Значит, 1* — это 18. $4 \cdot 4 = 16$. Имеем:

$$\begin{array}{rl} -\,9{*}8 & \big|\,4 \\ \underline{8\phantom{{*}8}} & \big|\,\overline{24{*}} \\ -\,18 & \\ \underline{16} & \\ -\,2{*} & \\ \underline{{*}{*}} & \\ 0 & \end{array}$$

18 получилось, когда мы к цифре 1 снесли цифру десятков делимого. Значит, цифра десятков делимого — это 8. На следующем шаге нужно снести цифру единиц делимого. Получим 28. $28 : 4 = 7$. $7 \cdot 4 = 28$.

Итак, в разряде единиц частного — 7. Число разделилось без остатка.

$$
\begin{array}{r|l}
-988 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{8} & 247 \\
-18 & \\
\underline{16} & \\
-28 & \\
\underline{28} & \\
0 &
\end{array}
$$

Пример расшифровывается однозначно.

г) При делении цифры сотен на 6 мы взяли по 1 и получили в остатке 3. Так как $1 \cdot 6 + 3 = 9$, то цифра сотен делимого — 9. На следующем шаге к остатку 3 мы должны снести цифру 5. Получаем

$$
\begin{array}{r|l}
-95* & 6 \\ \cline{2-2}
\underline{6} & 1*9 \\
-35 & \\
\underline{**} & \\
-** & \\
\underline{**} & \\
0 &
\end{array}
$$

Делим 35 на 6. $35 : 6 = 5$ (ост. 5). $5 \cdot 6 = 30$. $35 - 30 = 5$. Итак, цифра десятков частного — 5. Имеем

$$
\begin{array}{r|l}
-95* & 6 \\ \cline{2-2}
\underline{6} & 159 \\
-35 & \\
\underline{30} & \\
-5* & \\
\underline{**} & \\
0 &
\end{array}
$$

К остатку 5 сносим цифру единиц делимого и делим получившееся число на 6. При этом в частном получается 9, и число поделилось без остатка. Так как $6 \cdot 9 = 54$, то цифра единиц делимого — 4. Имеем

$$
\begin{array}{r|l}
-954 & 6 \\ \cline{2-2}
\underline{6} & 159 \\
-35 & \\
\underline{30} & \\
-54 & \\
\underline{54} & \\
0 &
\end{array}
$$

Пример расшифровался однозначно.

Задание направлено на обобщение знаний о письменных приёмах умножения и деления на однозначное число, развитие логического мышления, сообразительности, формирование умения декодировать информацию с помощью рассуждений, рассматривать все возможные варианты решения, на активизацию познавательных процессов, воспитание интереса к предмету.

Повторение и обобщение

1 Начинаем заполнять кроссворд по горизонтали.

1. 11 десятков и 3 единицы содержит число 113. Это частное от деления искомого числа на 5. Значит, искомое число равно $113 \cdot 5 = 565$.

3. Число, делящееся на 7 и на 30, должно быть представимо в виде произведения, содержащего множители 7 и 30. Так как 30 на 7 не делится, то наименьшим таким числом будет произведение $7 \cdot 30 = 210$.

4. Рассуждая аналогично предыдущему заданию, делаем вывод, что это число равно $4 \cdot 71 = 284$.

6. $736 : 2 = 368$.

8. Наибольшее однозначное число — это 9. Произведение 9 на себя равно 81. Наименьшее четырёхзначное число — это 1000. Искомое число на 81 меньше 1000, значит, оно равно $1000 - 81 = 919$.

9. В первом пункте получилось число 565. Переставляя цифры этого числа, получим числа 556 и 655. Наибольшим из них является число 655. Значит, искомое число 655.

Когда все горизонтальные строки будут заполнены, в вертикальных рядах появятся «подсказки».

1. Мы получили, что первая цифра искомого числа — 5, а последняя — 0. Перебирая все возможные значения второй цифры, получим, что на 3 делятся числа 510, 540 и 570. Выбираем в качестве ответа наибольшее — это 570.

2. Здесь первая цифра 5, последняя — 2. $145 \cdot 4 = 580$. 580 делится на 4 без остатка. Значит, искомое число — 582. Действительно, $582 : 4 = 145$ (ост. 2).

3. $813 : 4 = 203$ (ост. 1). Искомое число — 203.

5. Здесь первая цифра 4, последняя — 9. В искомом числе две цифры одинаковы. Возможны варианты: 449 и 499. Меньшим из этих чисел является 449. Это искомое число.

7. Рассуждая аналогично пункту 1, получаем, что искомое число — 896.

8. Из всех возможных чисел, у которых первая цифра 9, а последняя 5, только число 945 делится на 9. Это мы устанавливаем путём перебора всех значений второй цифры. Искомое число — 945.

		(1) 5	6	(2) 5		
		7		8		
(3) 2	1	0		(4) 2	8	(5) 4
0						4
(6) 3	6	(7) 8		(8) 9	1	9
		9		4		
		(9) 6	5	5		

Задание направлено на повторение и обобщение практически всего изученного ранее материала: нумерации чисел концентра «Тысяча», письменных и устных приёмов умножения и деления трёхзначных чисел на однозначное число, связи компонентов и результатов действий, деление с остатком.

Выполнение задания способствует развитию логического мышления, формированию умения выполнять дедуктивные и индуктивные рассуждения, пользоваться математической терминологией. Игровая форма задания позволяет сделать решение вычислительных примеров интересным и увлекательным занятием. Это способствует активизации учебной деятельности младших школьников, проявлению ими самостоятельности, воспитанию у них интереса к предмету.

2 Ответ, который как бы «лежит на поверхности», — 5 деревьев, так как первые 5 деревьев, посаженные шестиклассниками, компенсировали ту часть работы, которую выполнили за них четвероклассники. Однако этот ответ неверный. Действительно, шестиклассники выполнили свою работу полностью, а четвероклассники посадили на 5 деревьев меньше, чем было запланировано. Если бы шестиклассники не помогали четвероклассникам, то они бы посадили на 5 деревьев больше, чем четвероклассники. Но они посадили ещё 5 деревьев за четвероклассников, то есть всего на 10 деревьев больше.

Задача учит вдумчиво относиться к заданию, не ориентироваться на яркие, но несущественные детали, тщательно анализировать ситуацию, устанавливать связи между данными и искомым. Задание способствует развитию логического мышления, смекалки, внимания.

Учебное издание

Быкова Татьяна Петровна

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ

3 класс

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.HA34.H08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *М. А. Козлова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *Н. В. Егорова, Л. В. Дьячкова*
Дизайн обложки *С. М. Кривенкина*
Компьютерная верстка *Т. Н. Меньшова*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», Россия, г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).